

Sistem Regulator Mass-Spring-Damper Nonlinier yang Dikontrol oleh Springed-Piston menggunakan LQR dan FLC-Mamdani

Bayu Fandidarma

Universitas PGRI Madiun
e-mail: bayufandidarma@gmail.com

Churnia Sari

Universitas PGRI Madiun
e-mail: s.churnia@unipma.ac.id

M. Yusuf Anshori

Universitas PGRI Madiun
e-mail: yusuf.anshori.731@gmail.com

Abstrak

Dalam penelitian ini, sistem *regulator mass-spring-damper* nonlinier yang dikontrol oleh *springed-piston* dimodelkan menggunakan Matlab/Simulink. Pemodelan dimulai dengan analisa gaya gerak benda pada sistem berdasarkan pada hukum Newton. Lalu *Linear Quadratic Controller* (LQR) dan *Fuzzy Logic Controller – Mamdani* (FLC-M) diaplikasikan untuk mengatur pergerakan benda m supaya kembali ke titik semula (*regulator*). Hasil simulasi berupa *statey* dan *idot* ditampilkan dalam *domain* waktu lalu dibandingkan antara kedua kontroler untuk memilih yang terbaik. Berdasarkan hasil simulasi, kontroler FLC-M memiliki performa yang lebih baik dari LQR dengan *error steady-state* $_{ss} = 1.113 \times 10^{-11} \%$, *fall timet_f* = 1.01 s dan *overshoot* $M = 1.147 \%$. Hal ini berarti FLC-M dapat mengatasi efek gangguan pada sistem.

Kata kunci: fuzzy, mamdani, LQR, MSD, regulator

1. Pendahuluan

Perkembangan dunia otomasi sudah semakin pesat dengan ditemukannya berbagai macam teori pengaturan sistem *closed-loop*. Beberapa diantaranya adalah teori pengaturan LQR dan FLC-M. Kedua teori tersebut berhasil menghasilkan *output* pengaturan yang mengembalikan sistem pada posisi semula (*regulator*) dengan optimal dan cepat.

LQR bekerja dengan menghitung besarnya *gain* Kalman yang tergantung pada parameter sistem. Dengan nilai *gain* Kalman yang telah didapatkan, maka sistem akan kembali ke posisi semula dengan optimal (Frank L.L., Draguna L.V., dan Vassilis L.S., 2012).

FLC-M bekerja dengan menghitung *input* pada sistem dengan mengamati perilaku sistem untuk kemudian dikalkulasi berdasarkan basis aturan tertentu dengan pengambilan keputusan layaknya manusia. Dengan hasil yang diharapkan adalah sistem semakin cepat untuk kembali ke posisi semula (Kevin M.P. dan Stephen Y., 1998).

Sistem yang dipakai dalam penelitian ini adalah sistem *regulator mass-spring-damper* nonlinier yang dikontrol oleh *springed-piston*. Sistem *regulator* adalah sistem yang akan kembali ke posisi semula jika terjadi perubahan posisi. Nonlinier sistem terdapat pada *spring* yang memiliki tipe *hardening* (Zhang J. et al., 2016). *Springed-piston* berfungsi sebagai *input* sistem dengan tenaga udara bertekanan.

Kembalinya sistem ke posisi semula dikontrol oleh LQR dan FLC-M untuk kemudian dibandingkan hasilnya. Performa dari kedua kontroler dianalisa

berdasarkan atas seberapa cepat dan aman sistem kembali ke posisi semula. Hasil perbandingan akan ditampilkan dan diambil kesimpulannya untuk mendapatkan kontroler yang terbaik.

Karya ilmiah ini disusun berdasarkan urutan sebagai berikut. Kajian Teori dijelaskan pada bab 2. Metode Penelitian dipresentasikan pada bab 3. Bab 4 berisikan Hasil dan Pembahasan dan Bab 5 dirumuskan Kesimpulan untuk hasil akhirnya.

2. Kajian Teori

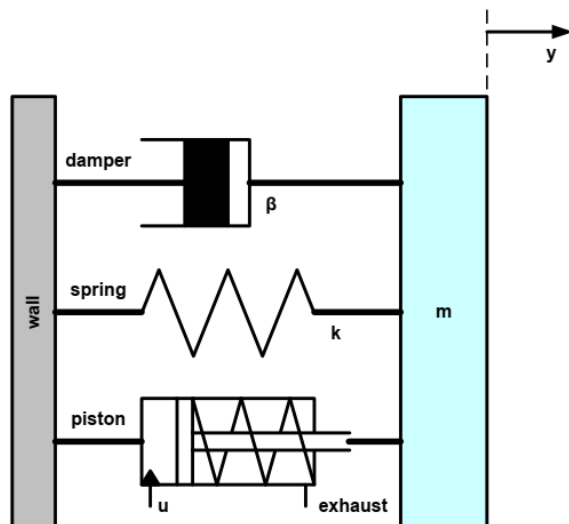
Pada bagian ini, kajian teori bagi setiap elemen penelitian dijabarkan untuk mempermudah dalam penyusunan metode penelitian dan perumusan hasil penelitian untuk selanjutnya dianalisa untuk diambil kesimpulannya.

2.1 Pemodelan Sistem Mass-Spring-Damper Nonlinier yang dikontrol oleh Springed-Piston

Sistem *Mass-Spring-Damper* (MSD) adalah sistem yang berisikan benda dengan massa m , *spring* dan *damper*. Sistem tersebut disusun dengan fungsi untuk mengembalikan benda m ke posisi semula (titik 0 (nol) atau $y = 0$) jika terjadi perubahan posisi padanya ($y \neq 0$). Perhatikan sistem MSD pada Gambar 1.

Sistem MSD nonlinier tersebut terdiri atas benda dengan massa m , *spring* dengan gaya reaksi F_{sp} , *damper* dengan gaya reaksi F_d , dan *springed-piston* dengan gaya reaksi F_p . Sistem tersebut terpasang pada tembok vertikal dengan benda m bergerak secara horisontal sejauh y dengan

percepatan a tanpa memperhatikan efek gaya grafitasi bumi.



Gambar 1. Sistem MSD nonlinier yang dikontrol oleh *springed-piston*

Menerapkan hukum Newton gerak ke-2, sistem tersebut dapat direpresentasikan menjadi persamaan (1) dan (2).

$$\sum F = ma \quad (1)$$

$$F_{sp} + F_d + F_p = ma \quad (2)$$

Sifat nonlinier terdapat pada *spring* yaitu memakai *spring* dengan tipe *hardening*. *Hardening* adalah sifat pada *spring* yaitu *spring* akan semakin mengeras ketika pergerakan benda m semakin menjauh dari titik semula. Sehingga persamaan gaya reaksi F_{sp} akan menjadi persamaan (3).

$$F_{sp} = k(1 + \alpha^2 y^2)y = ky + k\alpha^2 y^3 \quad (3)$$

dengan k adalah konstanta *spring*, α adalah konstanta *hardening* dan y adalah perubahan posisi benda m (Hassan K.K., 2002).

Persamaan untuk gaya reaksi *damper* F_d dan *springed-piston* F_p dapat dirumuskan menjadi persamaan (4) dan (5).

$$F_d = \beta v \quad (4)$$

$$F_p = u \quad (5)$$

dengan β adalah konstanta *damper*, v adalah kecepatan perubahan posisi benda m dan u adalah *input* pada *piston* untuk menentukan berapa tekanan *springed-piston* yang diinginkan.

Sehingga persamaan (2) dapat dilanjutkan menjadi persamaan (6).

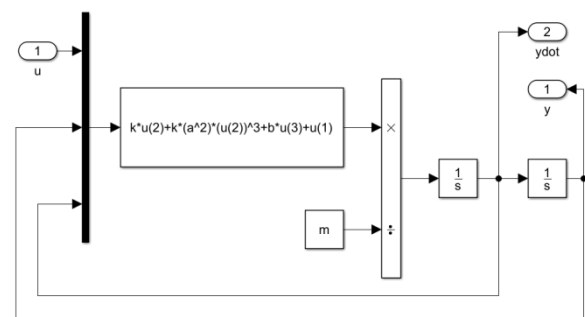
$$ky + k\alpha^2 y^3 + \beta v + u = ma \quad (6)$$

dengan asumsi bahwa kecepatan v adalah turunan pertama dan percepatan a adalah turunan kedua dari perubahan posisi y , maka untuk selanjutnya kecepatan dapat dituliskan menjadi $\frac{dy}{dt} = \dot{y}$ dan percepatan dapat dituliskan menjadi $\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$. Maka persamaan (6) dapat dituliskan kembali menjadi persamaan (7) dan (8).

$$ky + k\alpha^2 y^3 + \beta \dot{y} + u = m\ddot{y} \quad (7)$$

$$m\ddot{y} - \beta \dot{y} - ky - k\alpha^2 y^3 = u \quad (8)$$

Dari persamaan (8) dibangunlah model untuk simulasi pada Matlab/Simulink seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.

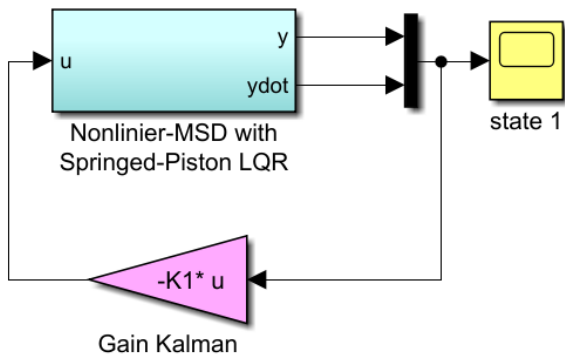


Gambar 2. Model sistem MSD nonlinier yang dikontrol oleh *springed-piston* pada Matlab/Simulink

Menggunakan satu *input* dan dua *output* berupa *statey* dan *ydot*. *Statey* merepresentasikan perubahan posisi y dan *stateydot* merepresentasikan kecepatan \dot{y} . Kedua *state* tersebut diamati untuk mengetahui respon sistem terhadap perubahan posisi pada benda m .

2.2 Linear Quadratic Regulator (LQR)

Linear Quadratic Regulator (LQR) adalah metode dalam teori pengaturan modern dan merupakan sebuah alternatif dan metode yang sangat kuat untuk pengaturan sistem nonlinier. Metode ini berdasar pada manipulasi *state* sistem dengan pemanfaatan *gain* Kalman $K1$ untuk mendapatkan hasil pengaturan yang optimal. Penyusunan LQR pada model sistem di Matlab/Simulink tersaji pada Gambar 3.



Gambar 3. Pemasangan kontroler LQR pada sistem

Gain Kalman $K1$ berisikan dua nilai yaitu untuk $statey$ dan $ydot$. Maka dapat dituliskan menjadi $K1 = [K_y \ K_{ydot}]$. Nilai gain Kalman $K1$ dapat dihitung menggunakan persamaan (9) dan (10).

$$K1 = R^{-1}B^T S \quad (9)$$

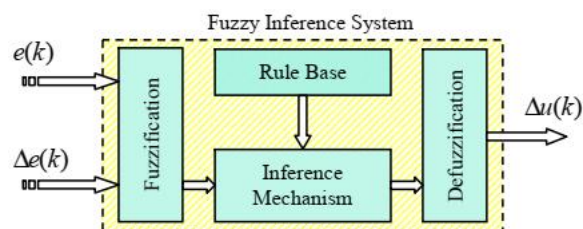
$$[S, e, K1, y] = care(A, B, Q, R) \quad (10)$$

dengan Q adalah matriks *costate*, R adalah matriks indeks performa dan S adalah solusi Riccati. Di dalam Matlab, fungsi *care* dapat digunakan untuk menghitung besarnya gain Kalman $K1$ seperti yang ditunjukkan pada persamaan (10).

2.3 Fuzzy Logic Controller-Mamdani (FLC-M)

Dalam sebagian besar literatur, sistem kontroler *fuzzy* biasanya didefinisikan sebagai sistem yang mencerminkan pengambilan keputusan layaknya manusia. Dalam kasus ini, pengetahuan dari operator manusia akan dituangkan dalam bentuk susunan basis aturan *fuzzy*. Aturan-aturan ini akan menghasilkan keputusan layaknya manusia melakukannya. sistem kontroler *fuzzy* tersebut dinamakan dengan *Fuzzy Logic Controller-Mamdani* (FLC-M).

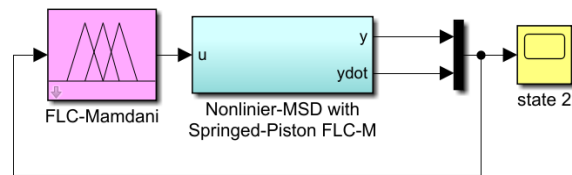
Kontroler *fuzzy* terdiri atas 4 elemen. Diantaranya adalah fuzzifikasi, basis aturan, mekanisme inferensi dan defuzzifikasi. Diagram blok dari sistem kontrol *fuzzy* kebanyakan ditunjukkan pada Gambar 4 (M. Ali U., Omur A., dan A. Sefa A., 2011).



Gambar 4. Struktur dasar dari sistem kontrol *fuzzy*(M. Ali U., Omur A., dan A. Sefa A., 2011)

Input pada sistem tersebut dapat berupa *error* dan delta *error*, *error* dan kecepatan perubahan *error*, *state* pertama dan kecepatan perubahan *state* pertama ataupun kombinasi *input* yang lain. Intinya sesuai

dengan intuisi layaknya manusia ingin mengamati keadaan yang mana. *Input* yang dipakai dalam penelitian ini adalah perubahan posisi (y) dan kecepatan perubahan posisi ($ydot$) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.

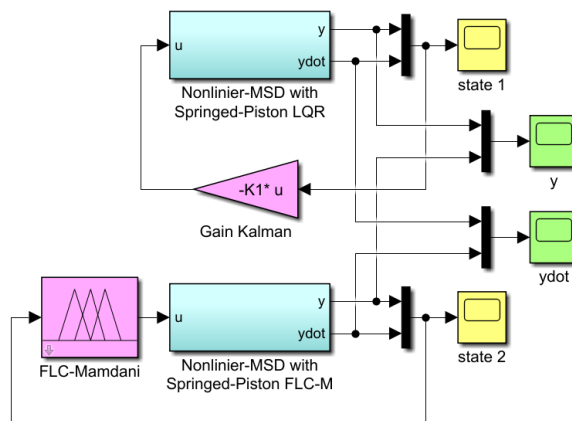


Gambar 5. Pemasangan kontroler FLC-M pada sistem

Layaknya manusia, kontroler FLC-M akan mengamati perubahan posisi (y) dan kecepatan perubahan posisi ($ydot$) pada sistem lalu akan memutuskan berapakah besaran *outputu* yang harus dihasilkan supaya sistem segera kembali ke titik semula.

3. Metode Penelitian

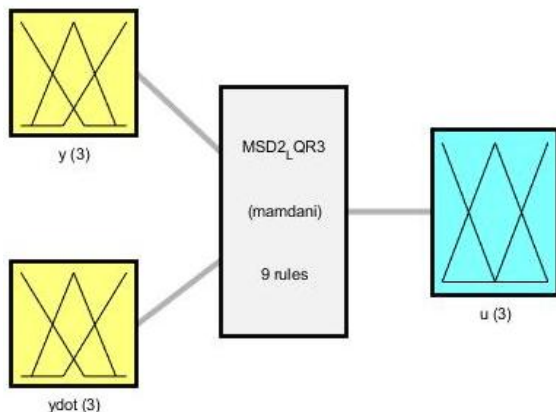
Sistem MSD Nonlinier yang dikontrol oleh *Springed-Piston* disimulasikan menggunakan LQR dan FLC-M dan hasil simulasinya dibandingkan dan didiskusikan. Blok diagram model yang disusun dalam Matlab/Simulink ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Matlab/simulink model untuk sistem keseluruhan

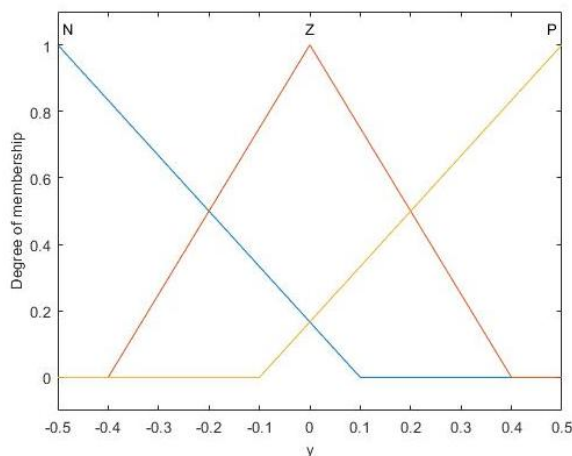
Untuk simulasi menggunakan LQR, beberapa parameter yang digunakan antara lain adalah gain Kalman $K1 = [37.0156 \ 49.9060]$, $Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ dan $R = [0.1]$.

Selanjutnya simulasi menggunakan FLC-M, terdapat 2 variabel *input* yaitu y dan $ydot$ dan 1 variabel *output* yaitu u serta 9 basis aturan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 7.

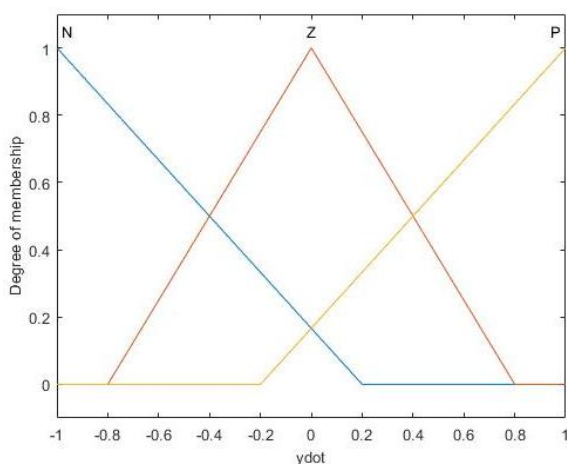


Gambar 7. Susunan *fuzzyinference sistem* untuk sistem keseluruhan menggunakan FLC-M

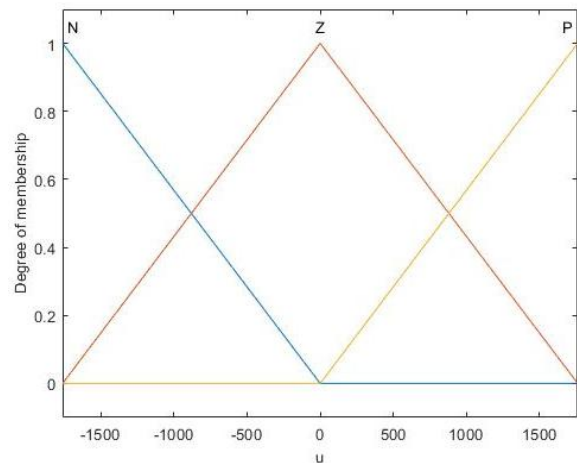
Fungsi keanggotaan disusun berdasarkan 2 variabel *inputy* dan *ydot* dan 1 variabel *outputu* sehingga dikelompokkan menjadi nilai *negative* (N), *zero* (Z) dan *positive* (P). Penataan *fuzzy* untuk setiap variabel diwakilkan oleh fungsi keanggotaan segitiga seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8-10.



Gambar 8. Fungsi keanggotaan segitiga untuk variable *inputy*



Gambar 9. Fungsi keanggotaan segitiga untuk variable *inputydot*



Gambar 10. Fungsi keanggotaan segitiga untuk variable *outputu*

Nilai fungsi keanggotaan ini digunakan dalam basis aturan untuk menjalankan aturan terkait sehingga *output* dapat dihasilkan. Sebuah basis aturan terdiri atas tabel data yang berisikan informasi dari sistem keseluruhan. Kontrol *fuzzy* yang memiliki 9 aturan terbentuk. Aturan-aturan ini telah digunakan dalam merancang pengontrol dan telah didefinisikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Aturan-aturan untuk FLC-M

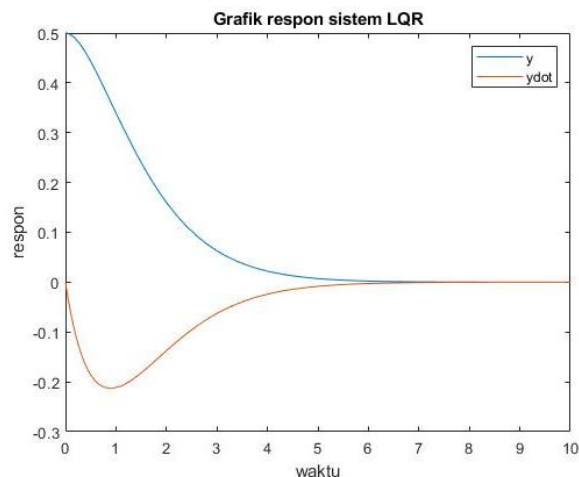
<i>ydot</i> \ <i>y</i>	N	Z	P
N	P	P	Z
Z	P	Z	N
P	Z	N	N

Mekanisme inferensi mengemulasi pengambilan keputusan pakar dalam menafsirkan dan menerapkan pengetahuan tentang cara terbaik untuk mengendalikan *plant*. Antarmuka defuzzifikasi mengubah kesimpulan dari mekanisme inferensi menjadi *inputu* untuk *plant* berdasarkan pada fungsi keanggotaan pada Gambar 10.

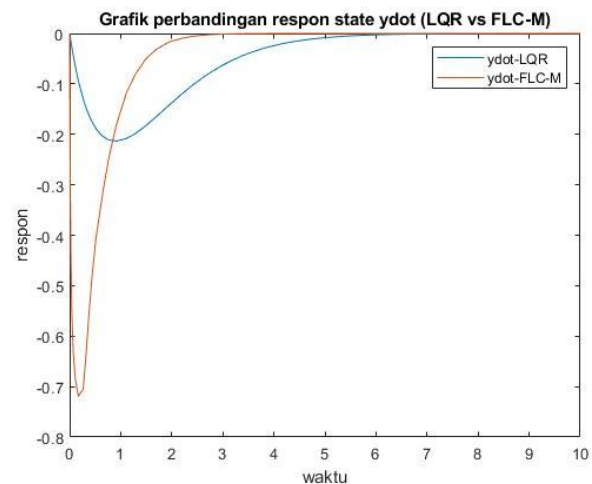
4. Hasil dan Pembahasan

Simulasi dilakukan dengan memberi nilai awal pada *statey* yaitu 0.5. Hal ini berarti benda *m* telah dimajukan/dimundurkan sebesar 0.5 satuan jarak. Parameter yang dipakai dalam model sistem adalah $k = 5 \text{ kg/s}^2$, $\beta = 0.1 \text{ kg/s}$, $m = 20 \text{ kg}$ dan $\alpha = 2 / \text{m}$. Tujuan pengaturannya adalah apakah benda *m* mampu untuk kembali ke tempat semula (*regulator*) setelah dimajukan/dimundurkan pada awalnya.

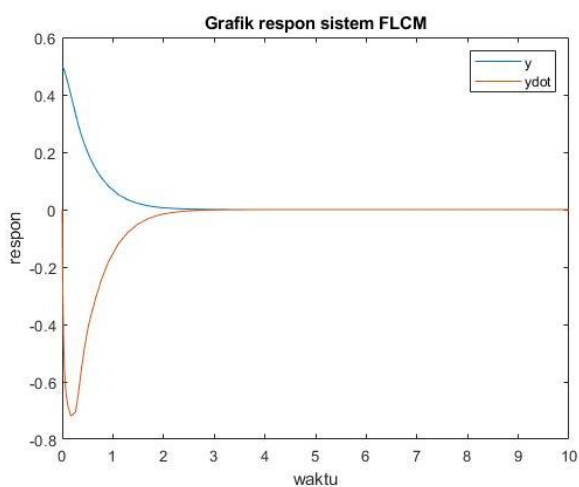
Simulasi dilakukan pada Matlab/Simulink menggunakan aplikasi *FuzzyLogicToolbox*. Respon sistem menggunakan LQR ditunjukkan dalam Gambar 11 dan Gambar 12 menunjukkan respon sistem menggunakan FLC-M.



Gambar 11. Respon sistem untuk LQR

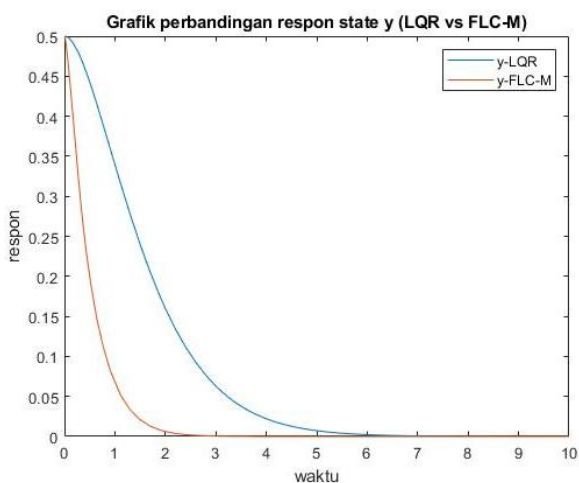


Gambar 14. Respon sistem *stateydot* untuk LQR dan FLC-M



Gambar 12. Respon sistem untuk FLC-M

Supaya mudah untuk dibandingkan, maka respon sistem dari kedua kontroler disatukan sesama *state*-nya seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13 dan Gambar 14.



Gambar 13. Respon sistem *statey* untuk LQR dan FLC-M

Setelah diamati, terlihat jelas bahwa kontroler FLC-M memberikan respon (*statey*) yang lebih cepat dibandingkan LQR dalam hal pencapaian titik nol (tempat semula). Tapi dari Gambar 14, dapat diamati bahwa kontroler FLC-M membutuhkan kecepatan (*stateydot*) yang jauh lebih besar daripada LQR untuk kembali ke titik nol. Hal ini terjadi karena kontroler berhasil memaksa sistem untuk lebih cepat kembali ke titik nol walaupun harus menggunakan kecepatan yang jauh lebih besar dari LQR. Walaupun seperti itu, kontroler FLC-M berhasil memiliki *error steady-state* yang lebih kecil dari LQR. Hal ini berarti FLC-M dapat mengatasi efek gangguan pada sistem. Berdasarkan atas Gambar 13, data statistic respon sinyal perbandingan dari kontroler FLC-M dan LQR tersaji pada Tabel 2.

Tabel 2. Data statistic respon sinyal sistem

Data Statistik	LQR	FLC-M
<i>Error Steady State</i> (e_{ss} , %)	$1.150e - 05$	$1.113e - 11$
<i>Fall Time</i> (t_f)	3.023 s	1.010 s
<i>Overshoot</i> (M, %)	0	1.147

5. Kesimpulan dan Saran

Dalam penelitian ini, model MSD Nonlinier yang dikontrol oleh *Springed-Piston* adalah model yang sangat simple dan mudah untuk dimengerti. Sangat cocok untuk bahan pembelajaran bagi mahasiswa pengambil mata kuliah sistem pengaturan cerdas tahap awal.

Kontroler LQR dan FLC-M berhasil didesain dan ditampilkan hasilnya dalam penelitian ini. Hasil dari LQR dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dari FLC-M. telah diamati bahwa hasil dari LQR dan FLC-M memiliki *error steady-state*, *fall time* dan *overshoot* yang berbeda. LQR memiliki performa

yang aman dan cukup baik berdasarkan hasil dari simulasi dan analisa. FLC-M memiliki performa yang lebih agresif dan cepat sehingga terlihat lebih menonjol bila dibandingkan dengan LQR. Jika tidak ada batasan kecepatan yang ketat pada sistem, maka kontroler FLC-M akan memberikan performa terbaik dengan respon yang cepat.

Untuk penelitian lebih lanjut, bisa dicoba macam-macam kontroler lainnya untuk dipasangkan dengan model sistem pada penelitian ini. Contoh kontroler yang bisa dicoba adalah FLC-Sugeno, FLC-Takagi-Sugeno-Kang, FLC-Proportional, FLC-PD, FLC-PD+I dan FLC-LQR. Bisa juga dicoba untuk kontroler pintar yang lain diantaranya kontroler dengan konsep Neural Network, Genetic Algorithm dan Sistem Adaptif.

DAFTAR PUSTAKA

- Frank, L.L.; Draguna, L.V.; dan Vassilis L.S. 2012. *Optimal Control*. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.
- Kevin, M.P. dan Stephen Y. 1998. *Fuzzy Control*. First Edition. Addison Wesley Longman, Inc. California.
- Zhang, J. et al. 2016. *Robust Observer-Based Fault Diagnosis for Nonlinear Systems using MATLAB – Appendix A*. First Edition. Springer International Publishing. Switzerland.
- Hassan K.K. 2002. *Nonlinear Systems*. Third Edition. Prentice-Hall, Inc. New Jersey.
- M. Ali, U.; Omur, A.; dan A. Sefa, A. 2011. Aircraft Roll Control System using LQR and Fuzzy Logic Controller. *International Symposium Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA)*. Turkey.