

# **Penalaran Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Berpikir Intuitif Tinggi dalam Memecahkan Masalah Analisis Real**

**Fatriya Adamura, S.Pd., M.Pd.\*, Vera Dewi Susanti, S.Pd., M.Pd.**

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Madiun. Jalan Setiabudi No. 85, Madiun

\* E-mail:fatriyaadamura@gmail.com, Telp: +6281234136423

## **Abstrak**

Dalam memahami matematika dan dalam menyelesaikan masalah sehari-hari, mahasiswa memerlukan kemampuan penalaran matematis. Pada kenyataannya, kemampuan Indonesia di dunia pendidikan dalam bidang matematika masih sangat rendah. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi dalam memecahkan masalah analisis real. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif kualitatif. Sumber data yang digunakan pada penelitian ini adalah mahasiswa. Teknik pengumpulan data melalui tes tulis dan wawancara. Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan tahapan reduksi data, penyajian data, dan penarikan simpulan. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi pada pemecahan masalah analisis real memiliki kecenderungan melaksanakan penalaran matematis dengan sempurna. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi mampu melaksanakan penalaran matematis pada setiap tahap pemecahan masalah analisis real.

**Kata Kunci:** penalaran matematis; berpikir intuitif tinggi; pemecahan masalah; analisis real

## ***Mathematical Distribution Of Students With High Intuitive Thinking Ability To Solve The Problem Of Real Analysis***

### ***Abstract***

*In the understanding of mathematics and in the problem solving of daily activity, student need mathematical reasoning capability. In the fact, Indonesian education capability in mathematics is low. Based on that fact, the aim of this research is for knowing student mathematical reasoning with high intuitive thinking capability in the problem solving of real analysis. This research uses qualitative method with the kind of method is qualitative descriptive. Data resource that is used in this research is student. Data collecting technique is done by using writing test and interview. Data analysis in this research is done by data reduction, data presenting, and resumung. Based on research result is gotten conclusion that student with high intuitive thinking capability in the problem solving of real analysis can do mathematical reasoning completely. Student with high intuitive thinking capability can do mathematical reasoning in every step of real analysis problem solving.*

**Keywords :** *mathematical reasoning, high intuitive thinking, problem solving, real analysis*

## **PENDAHULUAN**

Matematika merupakan salah satu materi yang dipelajari di jenjang sekolah mulai jenjang dasar sampai dengan jenjang atas. Matematika merupakan materi yang sangat penting dalam kehidupan. Matematika dibutuhkan di berbagai jenis kegiatan ataupun pekerjaan. Matematika selalu dibutuhkan oleh manusia dalam setiap pemecahan masalah karena matematika merupakan pemecahan masalah (Marsigit, 2012).

Menurut Suherman dkk (dalam Wulandari, 2011), matematika juga memiliki peran penting dalam memecahkan masalah dalam kehidupan sehari - hari seperti mengumpulkan, mengolah, menyajikan, dan menafsirkan data, serta menghitung isi dan berat. Sedangkan bagi siswa, matematika

dipelajari untuk memahami bidang ilmu lain seperti fisika, kimia, arsitektur, farmasi, geografi dan ekonomi. Hal tersebut menunjukkan bahwa matematika sangat penting, sehingga harus dipelajari di setiap jenjang pendidikan.

Matematika sekolah merupakan matematika yang dipelajari di jenjang sekolah. Matematika sekolah disesuaikan dengan perkembangan kognitif, afektif, dan psikomotorik siswa. Penyelenggaraan pendidikan matematika di sekolah Indonesia saat ini diatur dalam kurikulum. Kurikulum mengamanatkan bahwa salah satu aspek penting dalam pembelajaran matematika sekolah adalah pengembangan kemampuan penalaran siswa. Hal ini ditunjukkan dengan salah satu tujuan mata pelajaran matematika agar siswa memiliki kemampuan untuk menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika (<http://www.puskur.net/download/si/smp/Matematika.pdf>).

Menurut Marsigit (2012), penalaran merupakan proses berpikir dalam menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan untuk memperoleh kebenaran. Penalaran merupakan salah satu karakteristik dari manusia selain merasa, bersikap, dan bertindak. Penalaran yang dilakukan seseorang untuk memperoleh kebenaran merupakan gabungan dari penalaran deduktif dan induktif. Penalaran deduktif merupakan penalaran yang dilakukan dari umum ke khusus, sedangkan penalaran induktif merupakan penalaran yang dilakukan dari khusus ke umum.

Penalaran merupakan suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan. Penalaran dapat juga diartikan sebagai proses berpikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Materi matematika dipahami melalui penalaran, dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar matematika.

Salah satu kemampuan penalaran adalah penalaran matematis. Kemampuan penalaran matematis diperlukan mahasiswa baik dalam proses memahami matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam proses memahami matematika, kemampuan penalaran berperan baik dalam pemahaman konsep dan pemecahan masalah. Dalam kehidupan sehari-hari, kemampuan bernalar diperlukan pada saat menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang terjadi baik dalam lingkup pribadi, masyarakat dan institusi-institusi social lain yang lebih luas.

Fakta menunjukkan bahwa kemampuan Indonesia di dunia pendidikan dalam bidang matematika masih sangat rendah. Hasil tes TIMSS 2003 menunjukkan bahwa siswa Indonesia berada pada peringkat ke-35 dari 46 negara khususnya pada bidang penalaran matematika (Rustandi, 2013). Kemampuan penalaran matematika siswa di beberapa kota besar masih belum memuaskan. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Priatna (dalam Rustandi, 2013) yang menyatakan bahwa kualitas kemampuan penalaran dan pemahaman matematika siswa SMP Negeri di kota Bandung masih belum memuaskan yaitu masing-masing sekitar 49% dan 50% dari skor ideal.

Mata kuliah Analisis Real adalah salah satu mata kuliah yang dipelajari di jenjang perkuliahan Pendidikan Matematika. Berdasarkan pengalaman dosen mata kuliah Analisis Real, kemampuan mahasiswa dalam mempelajari mata kuliah Analisis Real masih kurang. Rata-rata nilai akhir mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real juga masih kurang. Mahasiswa juga selalu menyampaikan bahwa mahasiswa sulit memahami materi pada mata kuliah Analisis Real. Berdasarkan analisis yang dilakukan oleh peneliti, maka peneliti berpendapat bahwa kesulitan mahasiswa dalam memahami materi pada mata kuliah Analisis Real disebabkan oleh kurangnya kemampuan mahasiswa dalam melakukan berpikir intuitif. Hal tersebut menunjukkan bahwa kemampuan berpikir intuitif sangat penting untuk dimiliki mahasiswa (Nasution, 2006).

Fakta yang telah diuraikan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematika mahasiswa di Indonesia masih rendah. Hal tersebut tidak sesuai dengan kondisi yang diharapkan, yaitu kemampuan penalaran matematika mahasiswa tinggi. Masalah tersebut harus dicarikan alternatif solusi pemecahannya. Solusi dari masalah yang telah diuraikan adalah dengan menggunakan pembelajaran yang memfasilitasi mahasiswa untuk melakukan penalaran matematis. Kemampuan mahasiswa dalam memahami materi Analisis Real juga rendah. Kemampuan berpikir intuitif mahasiswa penting untuk diketahui karena kemampuan berpikir intuitif diperlukan untuk mempelajari matematika tingkat tinggi.

Wulandari (2011) menyampaikan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa berkaitan dengan pendekatan pembelajaran yang diterapkan. Pengembangan kemampuan penalaran memerlukan pembelajaran yang memfasilitasi proses berpikir, proses bernalar, sikap kritis siswa dan bertanya. Pembelajaran yang dilakukan untuk mengembangkan penalaran matematis mahasiswa harus dirancang sesuai dengan kemampuan penalaran mahasiswa. Berdasarkan hal tersebut, maka seorang guru yang ingin melaksanakan pembelajaran yang memfasilitasi mahasiswa untuk melaksanakan penalaran matematika harus mengetahui kemampuan penalaran matematika mahasiswa yang diajar terlebih dahulu.

Laporan hasil studi TIMSS 1999 yang dilakukan di 38 negara (termasuk Indonesia) menjelaskan bahwa sebagian besar pembelajaran Matematika belum berfokus pada pengembangan penalaran matematis siswa (Mulis dalam Suyadi dalam Rustandi, 2013). Menurut Marpaung (Qodariah dalam Rustandi, 2013), paradigma mengajar di Indonesia memiliki ciri-ciri antara lain: guru aktif sedangkan siswa pasif, pembelajaran berpusat kepada guru, guru mentransfer pengetahuan ke pikiran siswa. Penalaran matematis juga harus dimiliki oleh mahasiswa calon guru matematika. Hal tersebut mendorong peneliti untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa dalam memecahkan masalah Analisis Real berdasarkan kemampuan berpikir intuitif. Kemampuan berpikir intuitif dapat dijenjangkan menjadi tiga, yaitu kemampuan berpikir intuitif tinggi, sedang, dan rendah. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi penting untuk mendeskripsikan penalaran matematisnya agar dosen dapat menggunakan metode pembelajaran yang tepat dalam mengajar.

Berdasarkan uraian di atas, maka masalah dalam penelitian ini adalah: Bagaimana penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi dalam memecahkan masalah analisis real. Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi dalam memecahkan masalah analisis real. Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk mengembangkan penelitian-penelitian yang menyangkut penalaran matematis mahasiswa. Selain itu, juga dapat digunakan sebagai acuan untuk melakukan penelitian yang relevan pada masa yang akan datang.

## **METODE**

Pendekatan penelitian yang digunakan oleh peneliti adalah metode penelitian kualitatif. Metode ini digunakan untuk meneliti kondisi objek yang alamiah. Pengambilan sampel sumber data dilakukan secara *purposive*, teknik pengumpulan dengan triangulasi, analisis data bersifat induktif/kualitatif, dan hasil penelitian kualitatif lebih menekankan makna daripada generalisasi (Moleong, 2012). Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian deskriptif melakukan analisis hanya sampai pada taraf deskripsi, yaitu menganalisis dan menyajikan data secara sistematis, sehingga dapat lebih mudah untuk dipahami dan disimpulkan. Peneliti ingin mengetahui pemecahan masalah matematika yang dilakukan oleh siswa untuk mengetahui penalaran matematis yang digunakan oleh mahasiswa. Jenis penelitian yang digunakan peneliti hanya meneliti penalaran matematis mahasiswa dalam memecahkan masalah Analisis Real tanpa ada tindakan kelas.

Pada penelitian ini, data secara langsung diperoleh dari mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FKIP UNIPMA yang sudah menerima mata kuliah Analisis Real pada semester genap tahun akademik 2017/2018. Mahasiswa yang dijadikan subyek penelitian adalah mahasiswa kelas VI A. Mahasiswa kelas VI A diberi tes kemampuan berpikir intuitif. Dari hasil tes kemampuan berpikir intuitif tersebut diambil satu mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi. Data yang diperoleh berasal dari hasil wawancara dan tes penalaran matematis dengan materi yang sudah dipelajari.

Teknik pengumpulan data yang digunakan oleh peneliti adalah tes, observasi (pengamatan), *interview* (wawancara), kuesioner (angket), dokumentasi dan gabungan dari keempat teknik (Sugiyono, 2013). Tes yang diberikan adalah tes kemampuan berpikir intuitif. Tes yang diberikan juga tes dalam menyelesaikan masalah Analisis Real. Wawancara digunakan peneliti sebagai teknik pengumpulan data karena peneliti ingin mengetahui hal-hal dari responden yang lebih mendalam. Dalam melakukan wawancara, peneliti membawa instrumen penelitian berupa pertanyaan-pertanyaan yang akan diberikan kepada responden. Peneliti menggunakan teknik pengumpulan data dokumentasi untuk mendokumentasikan pelaksanaan penelitian. Pengambilan foto sebagai bentuk dokumentasi penelitian menunjukkan bahwa hasil penelitian lebih dapat dipercaya. Observasi merupakan teknik pengumpulan data yang dilakukan dengan jalan pengamatan dan pencatatan secara sistematis, logis,

objektif, dan rasional mengenai berbagai fenomena, baik dalam situasi yang sebenarnya maupun dalam situasi buatan untuk mencapai tujuan tertentu.

Teknik pemeriksaan keabsahan data dilakukan dengan teknik triangulasi. Teknik triangulasi adalah teknik pemeriksaan keabsahan data yang memanfaatkan sesuatu yang lain. Denzin (dalam Moleong, 2012) mengemukakan bahwa ada empat macam triangulasi, yaitu triangulasi sumber, metode, penyidik, dan teori. Triangulasi yang dilakukan oleh peneliti pada penelitian ini, adalah: triangulasi sumber dan metode. Triangulasi sumber berarti membandingkan dan mengecek balik derajat kepercayaan suatu informasi yang diperoleh melalui waktu dan alat yang berbeda pada penelitian kualitatif (Patton dalam Moleong, 2012). Menurut Patton (dalam Moleong, 2012), triangulasi metode dapat dilakukan dengan dua strategi, yaitu: Pengecekan derajat kepercayaan penemuan hasil penelitian beberapa teknik pengumpulan data dan pengecekan derajat kepercayaan beberapa sumber data dengan metode yang sama.

Pendekatan yang digunakan dalam analisis data kualitatif adalah pendekatan berdaur ulang. Analisis dilakukan secara berkelanjutan dan meliputi tiga macam kegiatan, yaitu: reduksi data (data reduction), penayangan data (data display), dan verifikasi data (data verification) (Miles and Huberman dalam Sunarto, 2001). Dalam reduksi data, aktivitas analisis berbentuk penyeleksian, pemfokusan, penyederhanaan, pengabstraksian, dan pentransformasian, data baku (data kasar) yang dijaring dari catatan lapangan menjadi data bermakna. Kegiatan yang dilakukan pada tahap penayangan data adalah mencakup perakitan, pengorganisasian data dari informasi yang berhasil dikumpulkan dengan berbagai cara untuk konsumsi penarikan simpulan dan penetapan kegiatan selanjutnya. Verifikasi merupakan salah satu langkah kegiatan analisis. Berkenaan dengan arah berpikir induktif untuk mendapatkan simpulan akhir, semua simpulan sementara harus diverifikasi agar mampu diperoleh simpulan yang mantap.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan nilai tes soal kemampuan berpikir intuitif pada mata kuliah analisis real, maka dipilih satu mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi. Untuk selanjutnya akan disebut subjek I. Adapun hasil penentuan subjek penelitian dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Hasil Penentuan Subjek Penelitian

No	Nama Mahasiswa	Inisial	Subjek	Tingkat Kemampuan Berpikir Intuitif
1	Meylani Yunita	MY	1	Tinggi

Data penelitian dianalisis untuk memperoleh deskripsi penalaran matematis mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi dalam memecahkan masalah analisis real. Pembahasan ini meliputi penalaran matematis mahasiswa dalam: (1) memahami masalah, (2) merencanakan penyelesaian, (3) menyelesaikan masalah sesuai rencana, (4) melakukan pengecekan kembali.

Adapun analisis data tertulis dan wawancara dari subjek dengan kemampuan berpikir intuitif dengan kategori tinggi, yaitu subjek 1 adalah sebagai berikut.

### A. Data Tertulis dari Subjek I dan Analisisnya

#### 1. Memahami masalah

Subjek I dalam memahami masalah menuliskan hal yang diketahui dan yang ditanyakan. Subjek I dapat menuliskan bahwa yang diketahui adalah  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$  dan  $c \leq d$ . Sedangkan pada yang ditanyakan, subjek I dapat menuliskan bahwa yang ditanyakan  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ , jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ , dan apakah kedua pernyataan berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real. Hal tersebut sesuai dengan jawaban dari subjek I sebagai berikut.

Diketahui :  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$  dan  $c \leq d$   
Ditanya :  $a - (a + b) = (-a) + (-b)$   
b. Jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$   
c. Apakah kedua pernyataan berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?

Gambar 1. Jawaban Subjek 1

Subjek I juga dapat menentukan hal-hal yang diketahui sudah dapat digunakan untuk menjawab permasalahan yang ditanyakan pada soal. Hal ini dapat dilihat dari pekerjaan tertulis subjek I yang mampu menyusun langkah-langkah pemecahan masalah dan melaksanakannya sehingga diperoleh hal yang ditanyakan, yaitu bukti dari dua pernyataan, yaitu  $-(a + b) = (-a) + (-b)$  dan jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ . Berdasarkan hal tersebut, maka subjek I mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan, sehingga bisa dikatakan bahwa subjek I mampu menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.

## 2. Merencanakan penyelesaian

Dari hasil pekerjaan tertulis subjek I, peneliti merangkum langkah-langkah pemecahan masalah yang dilakukan, yaitu membuktikan bahwa  $-(a + b) = (-a) + (-b)$  dan jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ . Untuk membuktikan bahwa  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ , subjek I mampu membuat kaitan dari hal-hal yang diketahui, yaitu konsep  $a, b \in \mathbb{R}$  dengan sifat anggota himpunan bilangan Real. Subjek I mampu menuliskan  $-(a + b)$  sebagai  $(-1)(a + b)$ , kemudian menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, dan menerapkan kembali sifat  $(-1)(a) = -a$ . Subjek I juga bisa membuktikan bahwa  $(-1)(a) = -a$  secara lengkap beserta buktinya.

Untuk membuktikan bahwa jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ , subjek I mengambil dua kasus. Kasus yang pertama adalah jika  $c = d$ . Subjek I mampu mengaitkan hal yang diketahui dengan yang akan dibuktikan, yaitu jika  $a < b$  dan  $c = d$ , maka  $a + c < b + d$ . Kasus yang kedua adalah jika  $c < d$ . Pada kasus yang kedua ini, subjek I mampu mengaitkan antara yang diketahui dengan yang akan dibuktikan. Untuk membuktikan  $a + c < b + d$ , subjek I terlebih dahulu menuliskan bahwa  $a + c < b + c$ , kemudian  $a + c < b + c < b + d$ . Uraian tersebut menunjukkan bahwa subjek I mampu mengajukan dugaan tentang penyelesaian suatu masalah, sehingga bisa dikatakan bahwa subjek I mampu mengajukan dugaan.

## 3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana

Subjek I dapat menyelesaikan masalah sesuai rencana yang telah dibuat dengan lancar meskipun pada beberapa bagian terjadi kesalahan. Langkah-langkah yang ditempuh subjek I dalam melaksanakan penyelesaian masalah yang telah direncanakan dapat dijelaskan sebagai berikut.

Subjek I dapat menguraikan langkah-langkah yang ditempuh untuk membuktikan  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ . Untuk membuktikan  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ , subjek I menggunakan konsep sifat-sifat anggota himpunan bilangan Real. Subjek I terlebih dahulu menuliskan  $-(a + b)$  sebagai  $(-1)(a + b)$ , kemudian  $(-1)a + (-1)b$  dan  $(-a) + (-b)$ . Hal ini terlihat dari pekerjaan tertulis subjek I berikut.

Jawab : a.  $-(a+b) = (-1)(a+b) \dots\dots (-1)a = -a$   
 $= (-1) \cdot a + (-1)b \dots\dots$  (distribusi perkalian terhadap penjumlahan)  
 $= (-a) + (-b) \dots\dots (-1)a = -a$

Gambar 2. Jawaban Subjek 1

Uraian tersebut menunjukkan bahwa subjek I mampu melakukan manipulasi aljabar pada penyelesaian masalah matematika sehingga dapat dikatakan bahwa subjek I mampu melakukan manipulasi matematika.

Selain itu, subjek I juga mampu membuktikan bahwa  $(-1)a = -a$ . Dalam membuktikan  $(-1)a = -a$ , subjek I menggunakan konsep sifat aljabar pada himpunan bilangan Real.

Bukti  $(-1) \cdot a = -a$   
 $a + (-1)a = 1 \cdot a + (-1) \cdot a \dots\dots$  (identitas perkalian)  
 $= a \cdot 1 + a(-1) \dots\dots$  (sifat komutatif perkalian)  
 $= a(1 + (-1)) \dots\dots$  (sifat distribusi perkalian terhadap penjumlahan)  
 $= a \cdot 0 \dots\dots$  (sifat invers terhadap penjumlahan)  
 $= 0 \dots\dots$  (jika  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \cdot 0 = 0$ )  
 Karena  $a + (-1)a = 0$ , maka  $(-1) \cdot a = -a$

Gambar 3. Jawaban Subjek 1

Dalam pembuktian yang telah diuraikan, yaitu pembuktian  $-(a + b) = (-a) + (-b)$  dan  $(-1)a = -a$ , terlihat bahwa subjek I selalu memberi alasan pada setiap langkah pembuktian yang dilakukan.

Selanjutnya, subjek I dapat menguraikan langkah-langkah yang ditempuh untuk membuktikan jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ . Dalam membuktikan jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ , subjek I mengambil dua kasus. Kasus yang pertama adalah  $c = d$ . Pada kasus yang pertama ini, subjek I mampu menuliskan bahwa jika  $a < b$  dan  $c = d$ , maka  $a + c < b + d$ . Subjek I mampu mengaitkan yang diketahui dengan yang dibuktikan. Subjek I mampu membuktikan pernyataan jika  $a < b$  dan  $c = d$ , maka  $a + c < b + d$  meskipun bukti yang dituliskan kurang benar. Hal ini bisa dilihat dari hasil pengerjaan subjek I berikut.

Jika  $c = d$   
 Jika  $a < b$ , maka  $b - a \in P$ , maka  $(b + d) - (a + c) = b - a \in P$   
 sehingga  $a + c < b + d$

Gambar 4. Jawaban Subjek 1

Kasus yang kedua adalah  $c < d$ . Pada kasus yang kedua ini, subjek I mampu menuliskan bahwa jika  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + d$ . Subjek I mampu mengaitkan yang diketahui dengan yang dibuktikan. Subjek I mampu menuliskan bahwa jika  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + c$ , kemudian subjek I menuliskan  $a + c < b + c$  kemudian  $a + c < b + d$ . Subjek I belum mampu membuktikan pernyataan jika  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + d$ . Hal ini bisa dilihat dari hasil pengerjaan subjek I berikut.

Jika  $c < d$ , maka jika  $a < b$ , maka  $a + c < b + c$   
 $a + c < b + d$   
 $a + c < b + d$

Gambar 5. Jawaban Subjek 1

Hasil pembuktian dari subjek I tersebut menunjukkan bahwa subjek I belum mampu menyusun bukti atas masalah matematika secara sempurna. Hal ini dapat disimpulkan dari ketidakmampuan subjek I dalam membuktikan pernyataan jika  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + d$ . Hal tersebut juga menunjukkan bahwa subjek I juga belum mampu memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi secara sempurna. Subjek I dikatakan kurang mampu menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.

4. Melakukan pengecekan kembali

Pada tahap melakukan pengecekan kembali, subjek I mampu menarik kesimpulan dari pernyataan. Subjek I mampu menarik kesimpulan dari setiap pernyataan yang ada pada soal tes. Hal ini terlihat pada hasil pengerjaan subjek I sebagai berikut.

Jadi,  $-(a + b) = (-a) + (-b) : \forall a, b \in \mathbb{R}$   
 Jadi, jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d : \forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$

Gambar 6. Jawaban Subjek 1

Subjek I memeriksa jawaban yang telah didapatkan. Hal ini terlihat dari hasil pengerjaan soal tes penalaran matematis oleh subjek I yang benar dan teliti, yaitu tidak ditemukan adanya kesalahan jawaban. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek I mampu memeriksa kesahihan suatu argumen. Subjek I mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi. Hal tersebut ditunjukkan oleh hasil pengerjaan secara tertulis dari subjek I sebagai berikut.

c. Iya, kedua pernyataan berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan real

Gambar 7. Jawaban Subjek 1

## B. Data Wawancara Subjek I dan Analisisnya

Sebelum dilakukan wawancara, subjek I diberikan tes pemecahan masalah yang sama untuk dipahami dan dipikirkan jawabannya, selanjutnya subjek I diwawancarai tentang prosedur dan hasil pemecahan masalah yang diberikan.

### 1. Memahami masalah

Subjek I dapat memahami masalah yang diberikan dengan menyebutkan apa yang ditanyakan dan apa yang diketahui dari masalah. Berikut adalah kutipan wawancara dengan subjek I.

- P<sub>1.6</sub> : “Apa yang diketahui dari soal?”  
S<sub>1.6</sub> : “ $a, b, c$ , dan  $d$  adalah elemen di  $\mathbb{R}$ ,  $a < b$  dan  $c \leq d$ ”  
P<sub>1.7</sub> : “Apa yang ditanyakan dari soal?”  
S<sub>1.7</sub> : “Bukti bahwa:  
a.  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ !  
b. Jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , buktikan bahwa  $a + c < b + d$ ! Dan  
c. Apakah kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?”

Selain itu subjek I juga dapat menentukan bahwa hal yang diketahui sudah cukup digunakan untuk menjawab hal yang ditanyakan pada masalah. Berikut adalah kutipan wawancara dengan subjek I.

- P<sub>1.8</sub> : “Apakah yang diketahui dari soal sudah cukup untuk menjawab apa yang ditanyakan?”  
S<sub>1.8</sub> : “Ya, sudah cukup.”  
P<sub>1.9</sub> : “Mengapa?”  
S<sub>1.9</sub> : “Karena dengan semua yang diketahui, kita bisa mencari yang ditanyakan.”

Hasil kutipan wawancara tersebut menunjukkan bahwa subjek I mampu menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram. Hal ini karena subjek I mampu menyampaikan apa yang diketahui dan yang ditanyakan secara lisan.

### 2. Merencanakan penyelesaian

Subjek I mampu menyebutkan konsep/pengetahuan yang akan digunakan untuk memecahkan permasalahan ini tetapi tidak mampu menjelaskan secara rinci pada bagian mana pengetahuan tersebut digunakan. Berikut petikan wawancaranya.

- P<sub>1.11</sub> : “Pengetahuan/konsep/rumus apa saja yang akan digunakan untuk menjawab pertanyaan tersebut?”  
S<sub>1.11</sub> : “Konsep sifat aljabar dan sifat urutan pada himpunan bilangan Real”  
P<sub>1.12</sub> : “Mengapa kamu memilih pengetahuan/konsep/rumus tersebut?”  
S<sub>1.12</sub> : “Karena konsep yang dipelajari pada mata kuliah Analisis Real memang baru itu.”

Subjek I mampu membuat kaitan antara hal-hal yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal. Berikut petikan wawancaranya.

- P<sub>1.13</sub> : “Dapatkah kamu membuat kaitan antar hal yang diketahui dengan apa yang ditanyakan?”  
S<sub>1.13</sub> : “Ya. Kaitannya yang pertama dengan yang diketahui  $a$  dan  $b$  elemen di  $\mathbb{R}$ , maka kita bisa menggunakan aksioma sifat-sifat aljabar himpunan bilangan Real untuk membuktikan  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ . Yang kedua, dengan yang diketahui  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka kita bisa menggunakan aksioma sifat urutan pada himpunan bilangan Real untuk membuktikan bahwa  $a + c < b + d$ .”  
P<sub>1.14</sub> : “Apakah sudah cukup?”  
S<sub>1.14</sub> : “Iya.”

Setelah subjek dapat memahami masalah dengan baik, langkah selanjutnya adalah merencanakan penyelesaian. Hal ini dapat dilihat pada petikan wawancara berikut ini.

- P<sub>1.15</sub> : “Uraikan dengan jelas langkah-langkah yang akan kamu gunakan untuk

- menjawab soal tersebut! ”
- S<sub>1.15</sub> : “Untuk membuktikan  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ , maka dibuktikan dulu  $-(a + b) = (-1)(a + b)$ , lalu dibuktikan bahwa  $(-1)(a + b) = (-1)(a) + (-1)(b) = (-a) + (-b)$ ”
- P<sub>1.16</sub> : “Apakah buktinya sudah cukup hanya itu saja?”
- S<sub>1.16</sub> : “Oh, tidak Bu, dibuktikan juga bahwa  $(-1)(a) = (-a)$ ”
- P<sub>1.17</sub> : “Bagaimana pembuktian  $(-1)(a) = (-a)$ ? Uraikan dengan jelas buktinya!”
- S<sub>1.17</sub> : “ $a + (-1)(a) = 1 \cdot a + (-1)(a) = a \cdot 1 + (a)(-1) = a(1 + (-1)) = a \cdot 0 = 0$ . Karena  $a + (-1)(a) = 0$ , maka  $(-1)(a) = -a$ .”
- P<sub>1.18</sub> : “Itu kan bukti yang a, kalau bukti soal yang b bagaimana?”
- S<sub>1.18</sub> : “Karena pada soal yang b diketahui  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka soal dibagi menjadi dua kasus. Kasus yang pertama,  $c = d$ . Jika  $a < b$ , maka  $b - a \in \mathbb{P}$  dan  $(b + d) - (a + c) = (b - a) \in \mathbb{P}$ , sehingga  $a + c < b + d$ . Kasus yang kedua,  $c < d$ . Jika  $a < b$ , maka  $a + c < b + c$ . Jika  $c < d$ , maka  $b + c < b + d$ . Karena  $a + c < b + c < b + d$ , maka  $a + c < b + d$ .”

Hasil kutipan wawancara di atas menunjukkan bahwa subjek I mampu mengajukan dugaan. Hal ini karena subjek I mampu mengajukan dugaan tentang penyelesaian masalah.

### 3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana

Subjek I dapat menjawab masalah tersebut dengan lancar berdasarkan rencana penyelesaian yang telah disusun. Berikut ini adalah kutipan wawancara dengan subjek I pada saat menyelesaikan masalah sesuai rencana.

- P<sub>1.15</sub> : “Uraikan dengan jelas langkah-langkah yang akan kamu gunakan untuk menjawab soal tersebut! ”
- S<sub>1.15</sub> : “Untuk membuktikan  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ , maka dibuktikan dulu  $-(a + b) = (-1)(a + b)$ , lalu dibuktikan bahwa  $(-1)(a + b) = (-1)(a) + (-1)(b) = (-a) + (-b)$ ”
- P<sub>1.16</sub> : “Apakah buktinya sudah cukup hanya itu saja?”
- S<sub>1.16</sub> : “Oh, tidak Bu, dibuktikan juga bahwa  $(-1)(a) = (-a)$ ”
- P<sub>1.17</sub> : “Bagaimana pembuktian  $(-1)(a) = (-a)$ ? Uraikan dengan jelas buktinya!”
- S<sub>1.17</sub> : “ $a + (-1)(a) = 1 \cdot a + (-1)(a) = a \cdot 1 + (a)(-1) = a(1 + (-1)) = a \cdot 0 = 0$ . Karena  $a + (-1)(a) = 0$ , maka  $(-1)(a) = -a$ .”
- P<sub>1.18</sub> : “Itu kan bukti yang a, kalau bukti soal yang b bagaimana?”
- S<sub>1.18</sub> : “Karena pada soal yang b diketahui  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka soal dibagi menjadi dua kasus. Kasus yang pertama,  $c = d$ . Jika  $a < b$ , maka  $b - a \in \mathbb{P}$  dan  $(b + d) - (a + c) = (b - a) \in \mathbb{P}$ , sehingga  $a + c < b + d$ . Kasus yang kedua,  $c < d$ . Jika  $a < b$ , maka  $a + c < b + c$ . Jika  $c < d$ , maka  $b + c < b + d$ . Karena  $a + c < b + c < b + d$ , maka  $a + c < b + d$ .”
- P<sub>1.19</sub> : “Jadi, apa kesimpulannya?”
- S<sub>1.19</sub> : “Kesimpulannya,  $-(a + b) = (-a) + (-b); \forall a, b \in \mathbb{R}$  dan jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d; \forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .”
- P<sub>1.20</sub> : “Untuk pertanyaan yang ketiga bagaimana? Apakah kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?”
- S<sub>1.20</sub> : “Iya Bu.”
- P<sub>1.21</sub> : “Apakah anda menyelesaikan soal tadi sesuai dengan langkah-langkah yang anda rencanakan?”
- S<sub>1.21</sub> : “Iya benar.”

Hasil kutipan wawancara di atas menunjukkan bahwa subjek I mampu melakukan manipulasi matematika. Hal ini ditunjukkan dengan kemampuan subjek I dalam melakukan manipulasi aljabar pada penyelesaian masalah matematika. Subjek I belum mampu menarik



kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi karena subjek I belum mampu membuktikan bahwa jika  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + d$ ;  $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### 4. Melakukan pengecekan kembali

Subjek I meyakini kebenaran jawabannya. Subjek I juga melakukan pengecekan terhadap hasil penyelesaian masalah tersebut. Selain itu, subjek I juga menyebutkan bahwa tidak ada cara penyelesaian yang lain. Hal ini dapat dilihat dari petikan wawancara berikut.

P<sub>1.22</sub> : “Apakah anda yakin langkah-langkah dan hasil jawaban anda sudah benar?”

S<sub>1.22</sub> : “Sangat yakin.”

P<sub>1.23</sub> : “Apakah anda meneliti kembali hasil jawaban anda?”

S<sub>1.23</sub> : “Iya”

P<sub>1.24</sub> : “Apakah ada cara lain untuk menentukan jawaban anda tadi?”

S<sub>1.24</sub> : “Tidak ada.”

Subjek I mampu menarik kesimpulan dari pernyataan. Hal ini terlihat dari petikan wawancara berikut.

P<sub>1.19</sub> : “Jadi, apa kesimpulannya?”

S<sub>1.19</sub> : “Kesimpulannya,  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ ;  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  dan jika  $a < b$  dan  $c \leq d$ , maka  $a + c < b + d$ ;  $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .”

Subjek I juga mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi. Hal ini terlihat dari petikan wawancara berikut.

P<sub>1.20</sub> : “Untuk pertanyaan yang ketiga bagaimana? Apakah kedua pernyataan di atas berlaku untuk semua anggota himpunan bilangan Real?”

S<sub>1.20</sub> : “Iya Bu.”

Hasil kutipan wawancara di atas menunjukkan bahwa subjek I mampu menarik kesimpulan dari pernyataan, memeriksa kesahihan suatu argumen, dan mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Analisis penalaran matematis subjek I dalam memecahkan masalah, meliputi penalaran matematis subjek I dalam memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan melakukan pengecekan kembali berdasarkan hasil wawancara disajikan dalam Tabel berikut.

### C. Triangulasi Metode

Setelah diperoleh hasil analisis jawaban tertulis dan analisis data wawancara, selanjutnya dilakukan perbandingan untuk mengetahui valid atau tidaknya data yang diperoleh. Setelah diperoleh data subjek I yang valid, selanjutnya data yang valid tersebut dibandingkan dengan indikator penalaran matematis yang diajukan oleh peneliti pada Tabel untuk dapat ditarik kesimpulan.

Tabel 2. Triangulasi Metode Data Tertulis dan Wawancara Subjek I

Langkah Pemecahan Masalah	Hasil Tertulis	Hasil Wawancara
Memahami masalah	Subjek I <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat dengan benar menuliskan hal-hal yang diketahui dalam soal dan hal-hal yang ditanyakan dalam soal.</li> <li>- dapat menuliskan langkah-langkah penyelesaian dengan menggunakan semua hal yang diketahui dari soal dan mengaitkan beberapa informasi untuk menjawab permasalahan yang diberikan.</li> </ul>	Subjek I <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat dengan benar dan mudah menyebutkan apa yang ditanyakan dan apa yang diketahui dari masalah (S<sub>1.6</sub>, S<sub>1.7</sub>)</li> <li>- dapat menentukan bahwa hal yang diketahui sudah cukup digunakan untuk menjawab hal yang ditanyakan pada masalah (S<sub>1.8</sub>, S<sub>1.9</sub>)</li> </ul>
Merencanakan penyelesaian	Subjek I <ul style="list-style-type: none"> <li>- dengan benar mengaitkan yang diketahui dengan yang ditanyakan.</li> <li>- dapat mengaitkan konsep yang diketahui dengan konsep lain yang</li> </ul>	Subjek I <ul style="list-style-type: none"> <li>- dengan benar menyebutkan konsep/pengetahuan yang akan digunakan untuk memecahkan permasalahan (S<sub>1.11</sub>, S<sub>1.12</sub>)</li> </ul>

	<p>belum ada pada aksioma atau teorema yang sudah dipelajari, yaitu menuliskan <math>-(a + b)</math> sebagai <math>(-1)(a + b)</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat menggunakan konsep sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.</li> <li>- dapat membuktikan pernyataan yang belum ada pada aksioma dan teorema yang telah dipelajari, yaitu <math>(-1)(a) = -a</math> dengan menggunakan manipulasi aljabar.</li> <li>- dapat menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan <math>a &lt; b</math> dan <math>c = d</math>, maka <math>a + c &lt; b + d</math>.</li> <li>- Tidak dapat menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan <math>a &lt; b</math> dan <math>c &lt; d</math>, maka <math>a + c &lt; b + d</math>.</li> <li>- dapat langsung menyusun rencana pemecahan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mampu membuat kaitan antara hal-hal yang diketahui dengan yang ditanyakan dalam soal (S<sub>1.13</sub>, S<sub>1.14</sub>)</li> <li>- mampu merencanakan penyelesaian (S<sub>1.15</sub>, S<sub>1.16</sub>, S<sub>1.17</sub>, S<sub>1.18</sub>).</li> </ul>
Menyelesaikan masalah sesuai rencana	<p>Subjek I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat memecahkan masalah sesuai dengan rencana pemecahan yang telah disusun namun beberapa tahapan kurang tepat dikarenakan kesalahan konsep yang digunakan. Hal ini menyebabkan pemecahan masalah yang telah dilakukan juga kurang tepat.</li> </ul>	<p>Subjek I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat memecahkan masalah sesuai dengan rencana penyelesaian yang telah disusun namun beberapa tahapan kurang tepat dikarenakan kesalahan konsep yang digunakan. Hal ini menyebabkan penyelesaian masalah yang telah dilakukan juga kurang tepat (S<sub>1.15</sub>, S<sub>1.16</sub>, S<sub>1.17</sub>, S<sub>1.18</sub>, S<sub>1.19</sub>, S<sub>1.20</sub>, S<sub>1.21</sub>).</li> </ul>
Melakukan pengecekan kembali	<p>Subjek I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat menarik kesimpulan dari setiap pernyataan yang ada pada soal tes.</li> <li>- dapat memeriksa jawaban yang telah didapatkan.</li> <li>- dapat menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.</li> </ul>	<p>Subjek I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dapat melakukan pengecekan terhadap hasil penyelesaian masalah (S<sub>1.22</sub>, S<sub>1.23</sub>)</li> <li>- dapat menyebutkan bahwa tidak ada cara penyelesaian yang lain (S<sub>1.24</sub>)</li> <li>- mampu menarik kesimpulan dari pernyataan (S<sub>1.19</sub>)</li> <li>- dapat menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi (S<sub>1.20</sub>).</li> </ul>

Data subjek I yang valid sebagai berikut:

- Memahami masalah
  - dapat dengan mudah dan benar mengetahui apa yang ditanyakan dan apa yang diketahui pada soal
  - dapat menentukan bahwa hal yang diketahui sudah cukup atau belum cukup untuk menjawab apa yang ditanyakan
- Merencanakan pemecahan masalah
  - dengan benar mengaitkan yang diketahui dengan yang ditanyakan.
  - dapat mengaitkan konsep yang diketahui dengan konsep lain yang belum ada pada aksioma atau teorema yang sudah dipelajari, yaitu menuliskan  $-(a + b)$  sebagai  $(-1)(a + b)$ .
  - dapat menggunakan konsep sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.
  - dapat membuktikan pernyataan yang belum ada pada aksioma dan teorema yang telah dipelajari, yaitu  $(-1)(a) = -a$  dengan menggunakan manipulasi aljabar.
  - dapat menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan  $a < b$  dan  $c = d$ , maka  $a + c < b + d$ .

- 
- f. tidak dapat menggunakan konsep sifat urutan pada himpunan bilangan real untuk membuktikan  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + d$ .
  - g. dapat langsung menyusun rencana pemecahan masalah
3. Melaksanakan rencana pemecahan masalah  
dapat memecahkan masalah sesuai dengan rencana pemecahan yang telah disusun namun beberapa tahapan kurang tepat dikarenakan kesalahan konsep yang digunakan. Hal ini menyebabkan pemecahan masalah yang telah dilakukan juga kurang tepat.
  4. Memeriksa hasil pemecahan masalah
    - a. dapat menarik kesimpulan dari setiap pernyataan yang ada pada soal tes.
    - b. dapat memeriksa jawaban yang telah didapatkan.
    - c. dapat menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.
- 

**Kesimpulan:**

Subjek I dalam memahami masalah mampu menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram. Hal ini karena subjek I mampu menyampaikan apa yang diketahui dan yang ditanyakan secara lisan. Dalam merencanakan penyelesaian subjek I mampu mengajukan dugaan. Hal ini karena subjek I mampu mengajukan dugaan tentang penyelesaian masalah. Dalam menyelesaikan masalah sesuai rencana, subjek I mampu melakukan manipulasi matematika. Hal ini ditunjukkan dengan kemampuan subjek I dalam melakukan manipulasi aljabar pada penyelesaian masalah matematika. Subjek I belum mampu menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi karena subjek I belum mampu membuktikan bahwa jika  $a < b$  dan  $c < d$ , maka  $a + c < b + d$ ;  $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . Dalam melakukan pengecekan kembali, subjek I mampu menarik kesimpulan dari pernyataan, mampu memeriksa kesahihan suatu argumen, dan mampu menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

---

## **SIMPULAN**

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi pada pemecahan masalah analisis real memiliki kecenderungan melaksanakan penalaran matematis dengan sempurna. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir intuitif tinggi mampu melaksanakan penalaran matematis pada setiap tahap pemecahan masalah analisis real.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Marsigit. 2012. Kajian Penelitian (Review Jurnal Internasional) Pendidikan Matematika. [http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/pendidikan/Marsigit,%20Dr.,%20M.A./Kajian%20Penelitian%20\(Review%20Jurnal%20Internasional\)%20Pendidikan%20Matematika%20Matrikulasi%20S2%20Dikmat.pdf](http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/pendidikan/Marsigit,%20Dr.,%20M.A./Kajian%20Penelitian%20(Review%20Jurnal%20Internasional)%20Pendidikan%20Matematika%20Matrikulasi%20S2%20Dikmat.pdf). diakses tanggal 12 Mei 2017
- Moleong, Lexy J. 2012. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya
- Nasution, S.. 2006. *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Bumi Aksara
- Rustandi, Ino. 2013. Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Reciprocal Teaching untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP. [http://repository.upi.edu/4331/4/S\\_MTK\\_054251\\_Chapter1.pdf](http://repository.upi.edu/4331/4/S_MTK_054251_Chapter1.pdf) Diakses tanggal 13 Juni 2107
- Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Pendidikan: Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta
- Sunarto. 2001. *Metodologi Penelitian Ilmu-ilmu Sosial dan Pendidikan*. Surabaya. Unesa University Press
- Wulandari, Enika. 2011. Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa melalui Pendekatan Problem Posing di Kelas VIII A SMP Negeri 2 Yogyakarta. [http://eprints.uny.ac.id/1709/1/Enika\\_Wulandari.pdf](http://eprints.uny.ac.id/1709/1/Enika_Wulandari.pdf). diakses tanggal 6 Mei 2017