

Nilai dan Karakter dalam Pembelajaran MATEMATIKA

Darmadi

Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas PGRI Madiun
darmadi.mathedu@unipma.ac.id

Abstrak

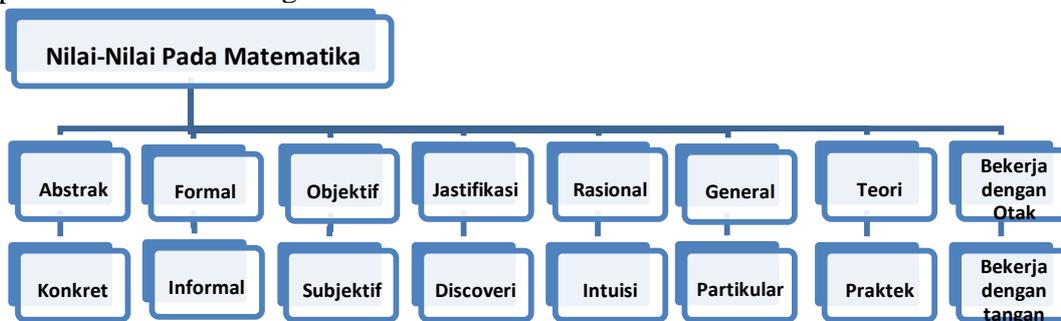
Dalam pembelajaran, kita sering melupakan atau tidak memperhatikan nilai dan karakter matematika. Nilai-nilai pada matematika antara lain: abstrak lebih baik dari pada konkret, formal lebih baik dari pada informal, objektif lebih baik dari pada subjektif, justifikasi lebih dari discoveri, rasional lebih baik dari intuisi, general lebih baik dari patikular, teori lebih baik dari praktek, dan bekerja dengan otak lebih dari bekerja dengan tangan. Supaya mudah dipahami, pada pembahasan ini nilai-nilai pada matematika disesuaikan dengan materi analisis real. Materi matematika yang sulit menuntut penuh perjuangan untuk mempelajarinya. Karakter matematika yang dapat diperoleh antara lain: konsisten, efisien, sederhana, santun, pengertian, positif, kritis, tegas, cerdas, kreatif, penuh tanggung jawab, dan visioner. **Kata kunci: nilai, karakter, matematika**

Pendahuluan

Untuk membahas nilai dan karakter dalam pembelajaran matematika, perlu dimulai dari sejarah perkembangan matematika. Sejarah menunjukkan bahwa perkembangan matematika dimulai dari rasa ingin tahu manusia (seperti filsafat, psikologi, atau ilmu-ilmu yang lain) yang terus berkembang (melalui proses yang panjang) sampai sekarang. Sehingga tiap ahli memiliki konsep yang berbeda tentang matematika. Beberapa ahli mendefinisikan matematika sebagai pelajaran/studi/telaah, sedangkan beberapa ahli lain mendefinisi matematika sebagai pengetahuan, ilmu, seni, metode, permianan, bahasa, dll. Sejarah juga menunjukkan bahwa matematika bertahan menjadi materi pokok dalam pembelajaran di SD/MI, SMP?MTS, dan SMA/SMK. Selain itu, matematika juga menjadi materi untuk ujian–ujian nasional pada setiap tingkatan sampai sekarang. Selain dianggap sebagai bahasanya semua ilmu, matematika tetap perlu dipelajari karena memiliki nilai dan karakter yang menarik.

Matematika yang Kaya Nilai

Nilai dalam pembelajaran matematika sering dipersepsikan sebagai ukuran keberhasilan atau ketercapaian pembelajaran matematika. Nilai dalam pembahasan ini bukan berarti ukuran keberhasilan atas usaha yang dilakukan peserta didik dalam belajar matematika. Nilai dalam pembahasan ini menunjukkan padangan mendasar (paradigma) yang ada pada matematika. Paul Ernest (2004) dalam bukunya *The Philosophy of Mathematics Education* telah memberikan nilainilai pada matematika sebagai berikut.



Nilai-nilai pada matematika antara lain: abstrak lebih baik dari pada konkret, formal lebih baik dari pada informal, objektif lebih baik dari pada subjektif, justifikasi lebih dari discoveri, rasional lebih baik dari intuisi, general lebih baik dari patikular, teori lebih baik dari praktek, dan bekerja

dengan otak lebih dari bekerja dengan tangan. Supaya mudah dipahami, pada pembahasan ini nilai-nilai pada matematika disesuaikan dengan materi analisis real.

Belajar matematika dapat dimulai dari konkret ke abstrak. Sejarah menunjukkan bahwa manusia belajar berhitung mulai dari 1, 2, 3, dan seterusnya dari benda-benda konkret. Benda konkret yang dimaksud adalah benda yang dapat dilihat atau dipegang, seperti: mainan kelereng, hewan kambing, sapi, ayam, atau unta. Kemudian, manusia mengenal -1, -2, -3, dan seterusnya ketika mengalami kekurangan/hutang, kemudian muncul 0 sebagai tanda impas atau tidak ada/punya, kemudian muncul pecahan/desimal, dan seterusnya. Bilangan sendiri sebenarnya adalah konsep abstrak, karena tidak dapat dilihat dan dipegang kecuali hanya ada dipikiran. Pada pembelajaran analisis real, diberikan konsep abstrak tentang himpunan bilangan real $\mathbf{R} = (-\infty, \infty)$. Demikian juga konsep tentang barisan bilangan real, yaitu: fungsi dari himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan real atau himpunan bilangan real yang memiliki korespondensi satu-satu dengan himpunan bilangan asli. Konsep tersebut diinisiasi dari konsep konkret seperti baris berbaris (ketika upacara bendera atau lomba gerak jalan dll) dan barisan tempat duduk (di kereta, di pesawat, di bus, bioskop, dll). Lebih lanjut, karena ada barisan yang memiliki kecenderungan (konkret), muncul konsep abstrak barisan bilangan real $\{a_n\}_{n \geq 1}$ dikatakan konvergen ke $a \in \mathbf{R}$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $n_0(\varepsilon) \in \mathbf{N}$ sehingga untuk setiap $n \geq n_0(\varepsilon)$ berlaku $|a_n - a| < \varepsilon$. Semakin dicermati, semakin tampak adanya nilai dalam matematika bahwa abstrak lebih dari pada konkret.

Belajar matematika dimulai dari informal ke formal. Matematika tingkat tinggi menggunakan bahasa formal. Misalkan belajar konsep “titik dalam” dan “titik luar”. Pada analisis real, disebutkan secara formal bahwa “titik x disebut titik dalam I jika dan hanya jika terdapat $\varepsilon > 0$ sehingga $N_\varepsilon(x) \subset I$ ” dan “titik x disebut titik luar I jika dan hanya jika terdapat $\varepsilon > 0$ sehingga $N_\varepsilon(x) \cap I = \emptyset$ ”. Pemahaman terhadap konsep “titik dalam” dan “titik luar” tersebut dapat dijelaskan melalui cara informal terlebih dahulu. Suatu titik x disebut di dalam interval I karena x didalamnya I dan suatu titik x disebut di luar interval I karena x diluarnya I . Tinggal meminta mahasiswa untuk menjelaskan bagaimana menyatakan secara matematis ungkapan “di dalam” dan “di luar”. Misalkan belajar konsep “barisan konvergen”. Pada analisis real, disebutkan secara formal bahwa barisan bilangan real $\{a_n\}_{n \geq 1}$ dikatakan konvergen ke $a \in \mathbf{R}$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $n_0 \in \mathbf{N}$ sehingga untuk setiap $n \geq n_0$ berlaku $|a_n - a| < \varepsilon$. Pemahaman terhadap konsep “barisan konvergen” dapat dimulai dari secara informal, yaitu ada barisan bilangan real yang “menuju” ke suatu bilangan real. Tinggal meminta kepada mahasiswa bagaimana menyatakan dalam bentuk matematis maksud “menuju”. Semakin banyak belajar, semakin tampak adanya nilai dalam matematika bahwa formal lebih baik dari pada yang informal.

Belajar matematika dapat dari subjektif ke objektif. Dulu “pokok e ” atau “Kata guru saya $\sqrt{2}$ bilangan irrasional”. Tetapi dalam pembelajaran analisis real, diperlukan untuk lebih objektif, yaitu kebenaran bahwa $\sqrt{2}$ adalah bilangan irrasional dapat dibuktikan. Sehingga, muncul suruhan: buktikan bahwa $\sqrt{2}$ bilangan irrasional! Bukti: Andaikan $\sqrt{2}$ bilangan rasional, maka terdapat $a, b \in \mathbf{B}$ dengan $b \neq 0$ sehingga $a/b = \sqrt{2}$. Akibatnya $a^2 = 2b^2$. Diperoleh a^2 genap, akibatnya a genap. Lebih lanjut lagi, karena a^2 genap maka b^2 genap. Akibatnya b genap sehingga terjadi kontradiksi. Contoh masalah yang lain adalah dalam membuktikan bahwa $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 1/4 n^2 (n+1)^2$. Bukti: Untuk $n = 1$ ruas kiri $1^3 = 1$ dan ruas kanan $1/4 \cdot 1^2 \cdot (1+1)^2 = 1$ sehingga rumus terpenuhi. Asumsikan rumus berlaku untuk $n = k$ sehingga $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 1/4 k^2 (k+1)^2$. Tinggal membuktikan bahwa rumus juga berlaku untuk $n = k+1$. Karena terpenuhi maka terbukti. Di kalkulus, dijelaskan teknik-teknik pengintegralan fungsi real dan mahasiswa/dosen tidak/kurang memperhatikan/mempertanyakan bukti apakah fungsi tersebut terintegral atau tidak. Mahasiswa umumnya percaya bahwa fungsi tersebut terintegral. Kepercayaan tersebut muncul karena subjektifitas mahasiswa pada dosennya. Padahal untuk membuktikan keintegralan suatu fungsi real ada beberapa tahapan, yaitu: partisi domain, mencari panjang partisi, mencari tinggi M_i dan m_i , mencari jumlah Riemann atas $U(P_n, f)$ dan jumlah

Riemann bawah ($L(P_n, f)$), mencari nilai integral Riemann atas $U(f)$ dan integral Riemann bawah $L(f)$, membandingkan nilai $U(f)$ dan $L(f)$, jika sama berarti terintegral dan jika tidak sama berarti tidak terintegral. Tampak bahwa matematika mempunyai nilai objektif di atas subjektif.

Belajar matematika dapat dimulai dari penemuan (discovery) ke pembuktian (justifikasi). Sebelumnya kita dapat menemukan bahwa $\sqrt{2}$ bilangan irrasional dari buku, internet, atau mengingat-ingat ucapan guru terdahulu. Namun dalam analisis real, kita diminta untuk membuktikannya. Artinya, diperlukan justifikasi (pembuktian) bahwa $\sqrt{2}$ adalah bilangan irrasional yang dulunya tidak dipermasalahkan. Demikian juga, mahasiswa dapat menemukan (discovery) barisan konvergen adalah barisan Cauchy dan sebaliknya semua barisan Cauchy adalah barisan konvergen dari contoh-contoh. Namun, tetap diperlukan untuk membuktikan (justifikasi) bahwa semua barisan konvergen adalah barisan Cauchy dan sebaliknya semua barisan Cauchy adalah barisan konvergen. Demikian juga di pelajaran lain, mungkin siswa dapat menemukan rumus pithagoras $a^2+b^2=c^2$ dengan beberapa percobaan, namun ditingkat yang lebih lanjut, siswa diminta membuktikan (justifikasi) bahwa rumus pithagoras adalah $a^2+b^2=c^2$. Memperhatikan gambarangambaran di atas, tampak bahwa matematika memandang bahwa justifikasi di atas discovery.

Belajar matematika pada umumnya dimulai dari intuisi ke rasional. Misalkan setelah banyak merenungkan diperoleh intuisi seperti rasa-rasanya antara dua bilangan real selalu ada bilangan yang lain. Dalam pembelajaran analisis real, intuisi tersebut harus dijelaskan rasionalnya sehingga diperlukan pembuktian. Namun sebelum dibuktikan, pernyataan intuisi tersebut perlu dinyatakan dalam bentuk formal seperti: Untuk setiap $a, b \in \mathbb{R}$ dengan $a < b$, maka akan terdapat $c \in \mathbb{R}$ sehingga $a < c < b$. Bukti rasional dari pernyataan tersebut adalah sebagai berikut: Ambil $a, b \in \mathbb{R}$ sebarang dengan $a < b$, Karena $a, b \in \mathbb{R}$ dan $a < b$ maka $2a < a+b$ dan $a+b < 2b$, akibatnya $2a < a+b < 2b$ atau $a < \frac{1}{2}(a+b) < b$. Ambil $c = \frac{1}{2}(a+b)$ diperoleh $a < c < b$, karena $a, b \in \mathbb{R}$ sebarang, maka terbukti bahwa untuk setiap $a, b \in \mathbb{R}$ dengan $a < b$, maka akan terdapat $c \in \mathbb{R}$ sehingga $a < c < b$. Demikian juga untuk teorema-teorema yang lain, umumnya dimulai dari intuisi sehingga semakin kuat dan membentuk konjektur. Konjektur tersebut harus dinyatakan dalam bentuk formal dan perlu pembuktian secara rasional.

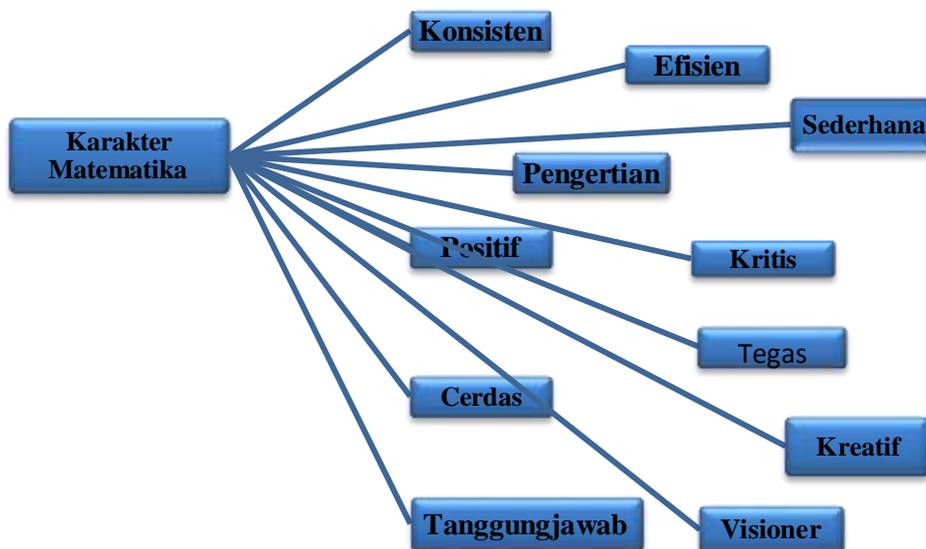
Belajar matematika pada umumnya dimulai dari partikular (hal-hal khusus) ke bentuk general (umum). Teorema-teorema pada analisis real, misalnya: Untuk setiap $a, b \in \mathbb{R}$ dengan $a < b$, maka akan terdapat $c \in \mathbb{R}$ sehingga $a < c < b$. Pernyataan tersebut merupakan bentuk umum (general) karena untuk setiap $a, b \in \mathbb{R}$. Tentu saja untuk memahami konsep teorema tersebut kita perlu berpikir secara partikular, seperti: antara 1 dan 3 ada 2, antara 0 dan 1 ada $1/3$, dan seterusnya. teorema pada analisis real yang lain, yaitu: Untuk setiap $a, b \in \mathbb{R}$ berlaku $|a+b| \leq |a| + |b|$. pernyataan tersebut bersifat umum (general). Untuk memahami konsep tersebut, diperlukan berpikir secara partikular, misalkan: $|1 + (-2)| = |-1| = 1 \leq 3 = 1 + 2 = |1| + |-2|$ atau $|(-3) + (-2)| = |-5| = 5 \leq 5 = 3 + 2 = |-3| + |-2|$. Demikian juga teorema: Barisan $\{a_n\}_{n \geq 1}$ barisan konvergen jika dan hanya jika barisan $\{a_n\}_{n \geq 1}$ Cauchy yang dapat dipahami secara partikular bahwa: barisan $\{1/n\}_{n \geq 1}$ barisan konvergen, barisan $\{1/n\}_{n \geq 1}$ Cauchy. Mahasiswa perlu melakukan abstraksi dari hal-hal yang khusus (partikular) untuk mendapatkan pengertian secara umum (general).

Belajar matematika pada umumnya dimulai dari praktek sehingga menjadi teori. Seperti pada masalah untuk menentukan keliling sepetak sawah yang berbentuk persegi! Kira-kira dulu diperoleh dengan cara mengelilingi sawah (praktek), namun setelah dipelajari ternyata terdapat pola yang sama untuk mengelilingi sebuah bidang yang berbentuk persegi. Dalam pembelajaran matematika selanjutnya diperoleh teori jika s adalah sisi sawah, maka keliling sawah tersebut adalah $4s$. Materimateri matematika tingkat tinggi, seperti: analisis real, struktur aljabar, dan topologi semua adalah teori. Konsep-konsep bilangan, barisan, fungsi, turunan, dan integral di analisis adalah teori. Konsep-konsep group, ring, lapangan, dan sebagainya pada struktur aljabar juga teori. Konsep-konsep pata materi topologi juga teori. Semakin tinggi materi matematika, semakin mengarah pada teori.

Belajar matematika pada umumnya dimulai dari bekerja dengan tangan menjadi bekerja dengan otak. Ambil contoh permasalahan tunjukkan bahwa $20,1820182018\dots$ adalah bilangan rasional! dan tentukan nilai satuan dari 5^{2018} ! Umumnya, permasalahan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan kalkulator atau menggunakan excel (program komputer). Artinya, umumnya, langkah pertama yang dilakukan bekerja dengan tangan. Dengan menggunakan kalkulator atau menggunakan excel (program komputer), permasalahan tersebut tidak dapat diselesaikan. Namun, dengan belajar matematika (memperhatikan pola), permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan otak. Untuk menentukan nilai satuan dari 5^{2018} , bilangan 5 jika dipangkatkan berapapun akan memiliki nilai satuan 5.

Matematika Yang Penuh Karakter

Pendidikan karakter sedang didengung-dengungkan saat ini. Menurut kamus umum bahasa Indonesia (2007), karakter adalah tabiat, watak, sifat-sifat kejiwaan, akhlak, atau budi pekerti yang membedakan seseorang daripada yang la lain. Karakter matematika sering dipersepsikan dengan materi yang sulit. Namun, pada pembahasan ini, karakter yang dimaksud adalah karakter yang berdampak pada diri individu yang belajar matematika.



Materi matematika yang menantang menuntut usaha yang penuh perjuangan untuk mempelajarinya. Karakter matematika yang dapat diperoleh antara lain: konsisten, efisien, sederhana, santun, pengertian, positif, kritis, tegas, cerdas, kreatif, penuh tanggung jawab, dan visioner.

Matematika membangun karakter orang yang konsisten. Karakter orang yang konsisten terbentuk karena matematika memandang abstrak lebih baik daripada konkret. Untuk berbicara tentang konsep yang abstrak diperlukan kekonsistensian. Dalam pembelajaran analisis real terdapat materi tentang bilangan. Perhatikan beberapa permasalahan berikut: mengapa ∞ dan $-\infty$ bukan anggota bilangan real? mengapa $i = \sqrt{-1}$, $2i$, dan $-5i$ bukan bilangan real? Inti jawaban dari permasalahan tersebut adalah karena jika bilangan-bilangan tersebut dimasukkan dalam sistem bilangan real akan muncul ketidak-konsistenan. Dalam pembelajaran atau perkuliahan yang lain, kita menggunakan bilangan real. Hal ini seharusnya membiasakan kita dengan kekonsistensian. Dengan demikian, belajar matematika dapat membentuk karakter orang yang konsisten dalam berpikir dan bertindak. Sesuai pendapat orang Jawa bahwa jadi orang itu yang konsisten, jangan “isuk dele – awan tempe”. Karakter orang yang konsisten adalah memegang teguh aturan/komitmen dan tidak berbohong dalam segala hal.

Matematika membangun karakter orang yang santun. Karakter orang yang santun terbentuk karena matematika memandang bahwa formal lebih baik daripada yang informal. Dalam menjawab permasalahan analisis real, kita harus dapat membedakan jawaban dengan oret-oretan. Pada oretoretan tidak diperlukan terlalu formal, namun dalam memberikan jawaban yang dikumpulkan haruslah dijawab secara formal. Seperti ketika membuat surat dinas harus lebih formal tidak seperti ketika membuat surat pada teman. Bentuk formal umumnya lebih santun dari pada bentuk yang informal. Dengan demikian, matematika membiasakan kita untuk lebih santun. Karakter orang santun adalah menghormati orang lain, menggunakan bahasa dan tata bahasa yang baik dan sopan. Matematika membangun karakter orang yang efisien. Karakter orang yang efisien terbentuk karena matematika menggunakan berpikir yang efisien. Coba pikirkan mengapa pada persamaan $y = 4x + 5$ dan $4x + 2 = 0$, Angka 4 disebut koefisien dari x karena $4x = x + x + x + x$ (meng-efisiensi-kan penulisan). Simbol-simbol yang digunakan dalam pembelajaran analisis real, seperti: f untuk fungsi, f' untuk turunan fungsi, $\int f$ untuk integral fungsi, M_i untuk supremum pada sub interval ke i , m_i untuk infomum sub interval ke i , $U(P_n, f)$ untuk jumlah Riemann atas, $S(P_n, f)$ untuk jumlah Riemann tengah, $L(P_n, f)$ untuk jumlah Riemann bawah, $U(f)$ untuk integral Riemann atas, $S(f)$ untuk integral Riemann tengah, $L(f)$ untuk integral Riemann bawah, dan lain-lainnya. Simbol-simbol yang digunakan dapat mempermudah kita dalam belajar matematika. Belajar matematika dapat membiasakan kita untuk berpikir efisien. Dengan demikian, matematika membentuk karakter orang yang efisien (dalam berpikir dan bertindak). Karakter orang yang efisien adalah memiliki tujuan atau arah yang jelas, memahami tugas masing-masing dan mampu untuk bekerjasama, dan memiliki aturan yang jelas.

Matematika membangun karakter orang yang penuh pengertian. Umumnya, materi pertama dalam pembelajaran matematika adalah memahami definisi, seperti: fungsi, macam-macam fungsi, barisan dan macam-macam barisan. Permasalahan yang muncul adalah mengapa kita perlu mengerti pengertian fungsi, fungsi naik/turun, fungsi kontinu, fungsi diskontinu, fungsi tangga, mengapa kita perlu mengerti pengertian barisan, barisan monoton naik/turun, barisan terbatas/tidak terbatas, barisan konvergen, barisan Cauchy, barisan menyusut, dll. Sebenarnya, matematika membiasakan kita untuk bisa memahami/ mengerti. Pembelajaran matematika dapat membentuk karakter orang yang penuh pengertian. Karakter orang yang pengertian yaitu memiliki pengetahuan luas dan tidak mudah menyalahkan orang lain.

Matematika membangun karakter orang yang sederhana. Karakter orang yang sederhana terbentuk karena matematika sering menggunakan simbol-simbol yang sederhana, seperti: fungsi disimbolkan f , turunan fungsi f disimbolkan f' , integral fungsi f disimbolkan $\int f$. Dengan demikian, matematika membiasakan kita untuk selalu sederhana. Pembelajaran matematika seharusnya dapat membentuk karakter orang yang sederhana (tidak berlebih-lebihan dalam suatu hal). Karakter orang yang sederhana yaitu tidak terlalu mengejar keuntungan belaka, menghindari hal-hal yang tidak berguna, memiliki gaya hidup, bertindak, dan berpakaian simple tapi anggun.

Matematika membangun karakter orang yang berpikiran positif. Karakter berpikiran positif terbangun karena matematika selalu menggunakan istilah-istilah yang mempunyai makna positif, seperti: fungsi nilai/harga mutlak hanya membawa ke himpunan bilangan positif meskipun ada himpunan bilangan negatif, tabel yang memuat nilai-nilai kebenaran dan nilai-nilai kesalahan dikenal dengan istilah tabel kebenaran, demikian juga istilahnya nilai kebenaran bukan nilai kesalahan sebenarnya, matematika membiasakan kita untuk berpikir positif. Pembelajaran matematika membentuk karakter orang yang mempunyai pikiran positif. Karakter orang yang berpikiran positif yaitu: melihat masalah sebagai tantangan, menikmati hidup dan mensyukuri apa yang dimilikinya, pikiran terbuka untuk menerima saran dan ide, mengenyahkan pikiran negatif dan tidak mendengarkan gosip yang tak menentu, menggunakan bahasa lisan, tulisan, dan tubuh positif.

Matematika membangun karakter orang yang kritis. Pikirkan: Mengapa kita perlu membuktikan bahwa $\sqrt{2}$ bilangan irrasional dan kita tidak boleh percaya begitu saja? Mengapa kita

perlu membuktikan teorema dan tidak langsung menggunakannya? Mengapa kita perlu memeriksa apakah suatu fungsi terintegral atau tidak terintegral? Sebenarnya, matematika membiasakan kita untuk berpikir kritis. Pembelajaran matematika membentuk karakter orang yang kritis (tidak menerima begitu saja). Karakter orang yang kritis yaitu: mencari kejelasan atau alasan dan alternatif penyelesaian secara sistematis, memperhatikan situasi dan kondisi serta peka terhadap keilmuan dan keahlian orang lain, berusaha tetap relevan dengan ide utama, mengingat kepentingan yang asli dan mendasar,

Matematika membangun karakter orang yang cerdas. Pikirkan: Mengapa kita perlu mengetahui dan menguasai teknik-teknik membuktikan? Langsung, tidak langsung (dengan kontraposisi atau kontradiksi), induksi matematika, dan counter example. Mengapa kita perlu mengetahui dan menguasai teknik-teknik men-diferensial-kan/menurunkan? Langsung, substitusi, dan teknik-teknik yang lain. Mengapa kita perlu mengetahui dan menguasai teknik-teknik mengintegrasikan? Gambar, partisi, jumlah riemann atas/bawah, integral riemann atas/bawah, bandingkan. Matematika membiasakan kita untuk berpikir cerdas. Pembelajaran matematika membentuk karakter orang yang cerdas. Karakter orang cerdas yaitu: memiliki pemikiran terbuka dan mampu beradaptasi, banyak bertanya dan suka menyelidiki karena penasaran yang tinggi, mau mengakui kesalahan dan mampu belajar dari kegagalan, tidak asal berbicara dan memiliki penguasaan diri yang baik

Matematika membangun karakter orang yang kreatif. Pikirkan: Mengapa jika pembuktian langsung gagal, kita bisa menggunakan pembuktian tidak langsung (pembuktian dengan kontraposisi / kontradiksi)? Mengapa jika pembuktian susah pembuktian dengan induksi matematika biasa (weak mathematics induction), kita bisa dengan pembuktian dengan induksi matematika kuat (strong mathematics induction)? Banyak pembuktian dan penyelesaian masalah matematika yang membutuhkan kreativitas. Matematika membiasakan kita untuk berpikir kreatif. Pembelajaran matematika membentuk karakter orang yang kreatif. Karakter orang kreatif yaitu: memandang kegagalan sebagai satu langkah maju untuk mendekati kesuksesan, sangat suka berimajinasi dan selalu ingin tahu atau bertanya untuk impian, suka menghubungkan dan memanfaatkan kekuatan kolaborasi, mencari pengalaman baru, dan senantiasa bisa berekspresi

Matematika membangun karakter orang yang bertanggungjawab. Karakter orang yang bertanggungjawab terbangun karena matematika memandang rasional lebih baik daripada intuisi belaka. Pikirkanlah mengapa pertanyaan-pertanyaan / perintah-perintah dalam analisis real adalah buktikan? Buktikan bahwa antara dua bilangan real pasti ada bilangan real yang lain! Buktikan bahwa semua fungsi yang terdiferensial di suatu titik pasti kontinu titik tersebut! Buktikan bahwa fungsi ini tidak terintegral / terintegral! Buktikan bahwa $\sqrt{2}$ bilangan irrasional! Sehingga kita harus mampu membuktikan secara rasional. Dengan demikian sebenarnya, matematika membiasakan untuk bertanggungjawab. Pembelajaran matematika dapat membentuk karakter orang yang bertanggungjawab. Karakter orang yang bertanggungjawab antara lain: tindakan sejalan dengan perkataan, tidak mencari-cari alasan dan menerima konsekuensi.

Matematika membangun karakter orang yang tegas. Karakter orang yang tegas terbangun karena matematika memandang bahwa rasional di atas atau lebih baik dari pada intuisi. Pikirkanlah mengapa dalam matematika (sekarang/klasik) hanya dikenal satu nilai kebenaran untuk suatu proposisi, yaitu benar atau salah tapi tidak keduanya? Dualisme nilai kebenaran tersebut digunakan/diterapkan. Jika benar ya dikatakan benar, jika salah ya dikatakan salah, tidak ada benar sekaligus salah. Dengan demikian sebenarnya, matematika membiasakan kita untuk tegas. Pembelajaran matematika dapat membentuk karakter orang yang tegas. Karakter orang tegas, yaitu: mampu mengutarakan perasaan/pikiran secara tepat sasaran dan mampu bertindak/berperilaku sesuai pikiran dengan tetap memperhatikan aturan untuk menghargai/menghormati orang lain.

Matematika membangun karakter orang yang visioner. Karakter orang yang visioner terbangun karena matematika memandang bahwa yang general (umum) lebih baik daripada yang partikular

(khusus). Pada pembelajaran analisis real terdapat konsep barisan interval “nested”, yaitu: “barisan interval $\{I_n\}_{n \geq 1}$ dikatakan nested jika $I_n \hat{E} I_{n+1}$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ ”. Mahasiswa bertanya alasan mengapa nama barisan tersebut “nested” yang artinya “membentuk sarang”. Jawaban dari permasalahan tersebut adalah jika barisan tersebut digambarkan (divisualisasikan) akan membentuk sarang. Dalam mempelajari barisan bilangan real, kita peroleh rumusan pola-nya sehingga kita tahu bilangan real yang ke 100xx. Demikian juga ketika mengingat konsep jajar genjang, trapesium, belah ketupat, parabola, hiperbola, balok, kerucut, dll, kita gunakan gambaran umum (visualisasi) dari konsep-konsep tersebut untuk mendefinisikan dan mengkategorikan. Dengan demikian, sebenarnya, matematika membiasakan kita untuk berpikir visioner (mempunyai pandangan ke depan). Pembelajaran matematika membentuk karakter orang yang visioner (perpandangan kedepan). Karakter orang yang visioner adalah mempunyai orientasi, melihat hidup sebagai suatu perjuangan, dan selalu memperbaiki diri.

Matematika membangun karakter orang yang pantang menyerah. Pikirkan: Materi matematika itu sulit apa sulit? Pembelajaran matematika diberikan secara berjenjang dan sistematis, setelah suatu konsep atau materi bisa, akan ada konsep atau materi lain yang menantang seperti tidak ada habisnya. Matematika membiasakan kita untuk pantang menyerah. Pembelajaran matematika membentuk karakter orang yang pantang menyerah (tangguh / kuat / ulet). Karakter orang yang pantang menyerah / tangguh / kuat / ulet yaitu: mencintai pekerjaan, ulet, tekun, rajin, dan disiplin.

Pembelajaran Matematika Yang Optimal Membentuk Nilai Dan Karakter

Sebagian orang menilai bahwa materi matematika sulit. Sebagian orang sibuk menyalahkan guru/dosen matematika dengan alasan tidak bisa mengajar. Sebagian orang menilai bahwa materi matematika menantang sehingga suka untuk belajar. Pada umumnya, kita lebih terpaku pada materi atau pengajar saja. Kita sering melupakan nilai-nilai dan karakter-karakter matematika yang seharusnya bisa membentuk kita menjadi lebih baik.

Sedikit orang yang menyadari adanya nilai dan karakter pada matematika. Hal ini terjadi karena sering tidak disampaikan dalam pembelajaran. Melihat nilai dan karakter pada matematika seperti melihat matematika dari sudut pandang yang berbeda.

Pembelajaran matematika yang optimal seharusnya dapat memberikan nilai matematika. Oleh karena itu, kita perlu menumbuhkan **semangat murni** peserta didik untuk belajar matematika sehingga peserta didik mendapatkan nilai-nilai matematika. Masih menjadi pertanyaan apakah nilai-nilai matematika terbangun dengan sendirinya melalui pembelajaran matematika yang optimal? Permasalahan tersebut akan kita bahas pada mata kuliah filsafat matematika.

Pembelajaran matematika yang optimal seharusnya dapat membentuk karakter matematika. Oleh karena itu, kita perlu menumbuhkan **semangat murni** peserta didik untuk belajar matematika sehingga peserta didik mendapatkan karakter-karakter yang dapat diperoleh dari pembelajaran matematika. Masih menjadi pertanyaan apakah karakter peserta didik terbangun dengan sendirinya melalui pembelajaran matematika yang optimal? Permasalahan tersebut akan kita bahas lebih lanjut pada pelajaran psikologi pembelajaran matematika.

Kesimpulan

1. Nilai-nilai pada matematika antara lain: abstrak lebih baik dari pada konkret, formal lebih baik dari pada informal, objektif lebih baik dari pada subjektif, justifikasi lebih dari discoveri, rasional lebih baik dari intuisi, general lebih baik dari patikular, teori lebih baik dari praktek, dan bekerja dengan otak lebih dari bekerja dengan tangan.
2. Karakter matematika yang dapat diperoleh antara lain: konsisten, efisien, sederhana, santun, pengertian, positif, kritis, tegas, cerdas, kreatif, penuh tanggung jawab, dan visioner.

Daftar Pustaka

- Paul Ernest. (2004). *The Philosophy of Mathematics Education*. The Taylor & Francis e-Library. Routledge Falmer is an imprint of the Taylor & Francis Group
- Bartle & Sherbert. (1982). *Introduction to Real Analysis*. University of Illinois: Urbana-Champaign. Illinois. John Wiley & Sons. Inc
- Poerwadarminta. (2007). “*Kamus Umum Bahasa Indonesia*”. Edisi ketiga. Cetakan keempat. Jakarta: Balai Pustaka 2007
- Richard R. Goldberg. (1964). “*Methods of Real Analysis*”. The University of Lowo. John Wiley & Sons, Inc. New York, Londin, Sydney, Toronto
- Shapiro. (2000). *Thinking about Mathematics: the philosophy of mathematics*. New York: Oxford University Press